

# Matrice de passage

## Christian Côté

Professeur de mathématique au Cégep régional de Lanaudière à Terrebonne

Chargé de cours au département de mathématiques et de statistique de l'Université de Montréal

[christian.cote@collanaud.qc.ca](mailto:christian.cote@collanaud.qc.ca)



Ressource développée dans le cadre du projet Mathéma-TIC

Financé par le ministère de l'Enseignement supérieur, de la Recherche et de la Science (MESRS)

du Québec dans le cadre du Programme d'arrimage universités-collèges

Financé à partir du budget d'intégration pédagogique (Université de Montréal et Syndicat des chargé(e)s de cours)

## Exemple 1

Soit  $B = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2)$  une base de  $\mathbb{R}^2$ , où  $\mathbf{b}_1 = (-4, 1)$  et  $\mathbf{b}_2 = (5, -1)$ . Si  $\mathbf{x} = (3, 2)$ , déterminer  $[\mathbf{x}]_B$ .

$$\begin{aligned} [\mathbf{x}]_B = (\alpha_1, \alpha_2) \quad \Rightarrow \quad \mathbf{x} &= \alpha_1(-4, 1) + \alpha_2(5, -1) = (-4\alpha_1 + 5\alpha_2, \alpha_1 - \alpha_2) \\ &= \begin{pmatrix} -4 & 5 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} \\ &= (\mathbf{b}_1 \quad \mathbf{b}_2) [\mathbf{x}]_B = P_B [\mathbf{x}]_B \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} 13 \\ 11 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}}_{P_B^{-1}} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}}_{P_B^{-1}} \underbrace{\begin{pmatrix} -4 & 5 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}}_{P_B} [\mathbf{x}]_B = [\mathbf{x}]_B \quad \Rightarrow \quad \mathbf{x} = (3, 2) = 13\mathbf{b}_1 + 11\mathbf{b}_2$$

# Définition

## Matrice de passage

Soit  $B = (\mathbf{b}_1, \dots, \mathbf{b}_n)$  une base de  $\mathbb{R}^n$ . La matrice définie par

$$P_B = [\mathbf{b}_1 \cdots \mathbf{b}_n]$$

est appelée la matrice de passage de la base  $B$ .  
a l'équation

$$\mathbf{x} = P_B [\mathbf{x}]_B.$$

De plus, la matrice  $P_B$  est inversible (car ses colonnes forment une base par construction) et on a l'équation

$$[\mathbf{x}]_B = P_B^{-1} \mathbf{x}.$$

## Exemple 2

Trouver  $P_B$  si  $B = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$  où  $\mathbf{b}_1 = (1,1,1)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (1,1,0)$ ,  $\mathbf{b}_3 = (1,0,0)$ .  
Déterminer également  $[(1,2,3)]_B$ .

$$P_B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(1,2,3) = P_B [(1,2,3)]_B$$

$$P_B^{-1}(1,2,3) = [(1,2,3)]_B$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow (1,2,3) = 3\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_3$$

# Résumé

- Exemple 1
- Définition de matrice de passage
- Exemple 2

Conception du contenu

**Christian Côté**

Cégep régional de Lanaudière à Terrebonne

Université de Montréal

christian.cote@collanaud.qc.ca

**Karima Amoura**

Révision du contenu

**Samuel Bernard et Véronique Hussin**

samuel.bernard@collanaud.qc.ca

hussin@dms.umontreal.ca

Direction de projet

**Samuel Bernard**

**Bruno Poellhuber**

Postproduction

**Symon Nestoruk**

Musique

**Sébastien Belleudy**

[sebe.bandcamp.com](http://sebe.bandcamp.com)

Conception graphique

**Christine Blais**

Production des modèles en LaTeX

**Nicolas Beauchemin**

[nicolas.beauchemin@bdeb.qc.ca](mailto:nicolas.beauchemin@bdeb.qc.ca)

Production

**Samuel Bernard**



**Bruno Poellhuber**



**Vidéo mise à disposition selon les termes de la licence**

Creative Commons internationale 4.0

Paternité / Pas d'utilisation commerciale / Partage dans les mêmes conditions

Les autorisations au-delà du champ de cette licence peuvent être obtenues à

**Mathema-TIC.ca**