

Surjectivité

Christian Côté

Professeur de mathématique au Cégep régional de Lanaudière à Terrebonne

Chargé de cours au département de mathématiques et de statistique de l'Université de Montréal

christian.cote@collanaud.qc.ca



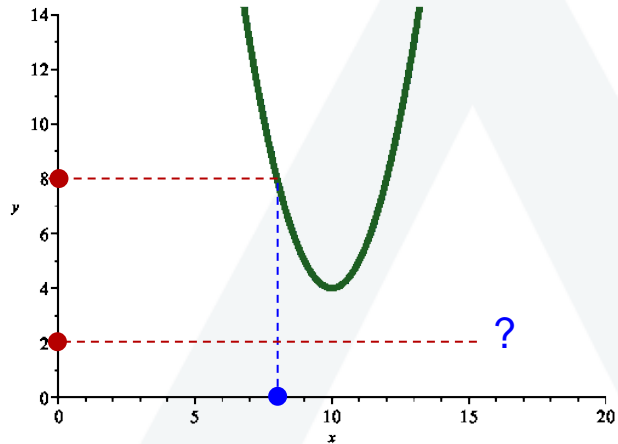
Ressource développée dans le cadre du projet Mathéma-TIC

Financé par le ministère de l'Enseignement supérieur, de la Recherche et de la Science (MESRS)

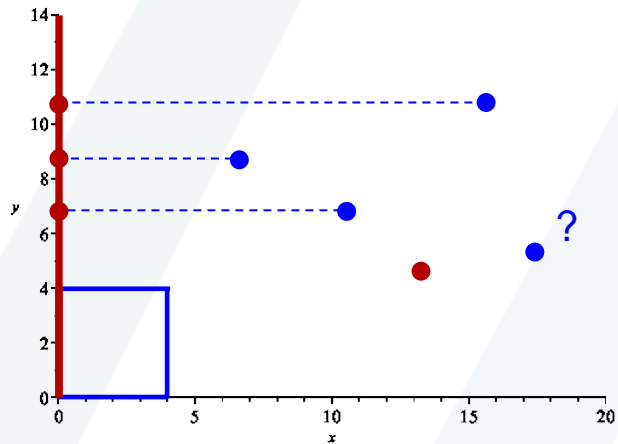
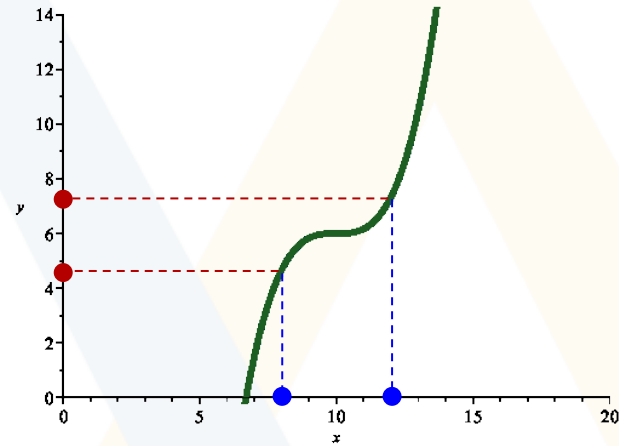
du Québec dans le cadre du Programme d'arrimage universités-collèges

Financé à partir du budget d'intégration pédagogique (Université de Montréal et Syndicat des chargé(e)s de cours)

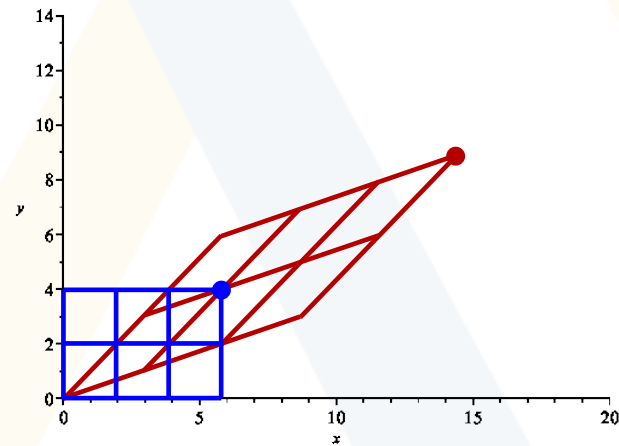
Mise en contexte



$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$



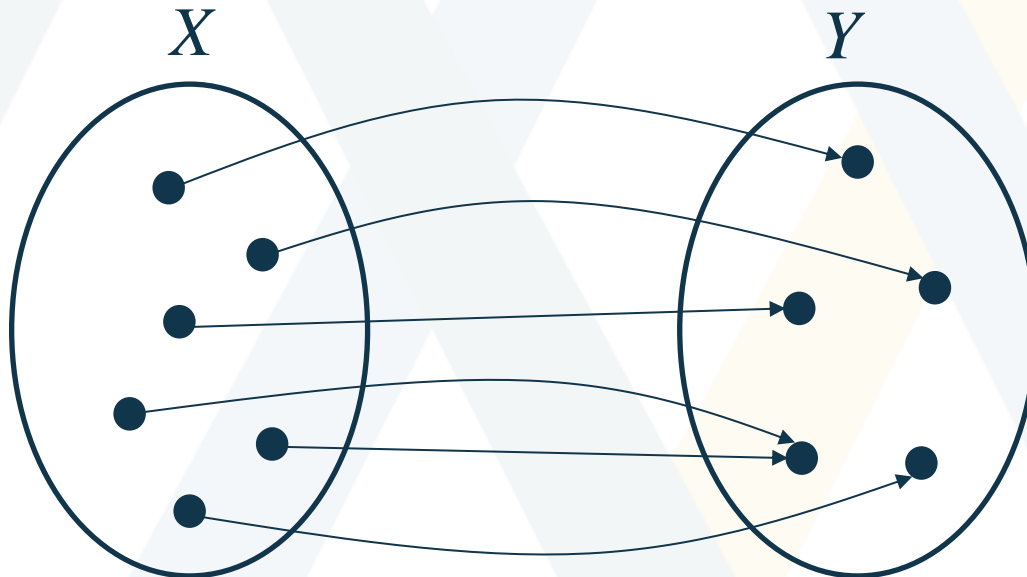
$$T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$$



Définition

Fonction surjective

Soit $f: X \rightarrow Y$ une fonction. On dit que f est **surjective** si pour tout $y \in Y$, il existe $x \in X$ tel que $f(x) = y$.



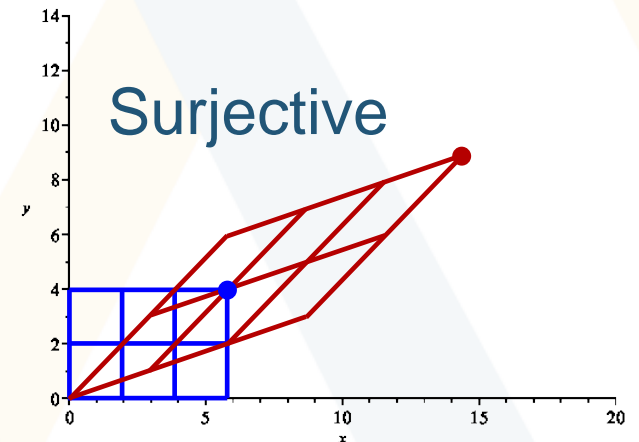
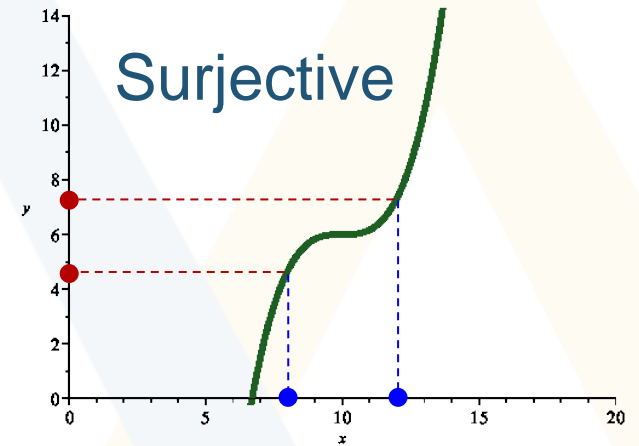
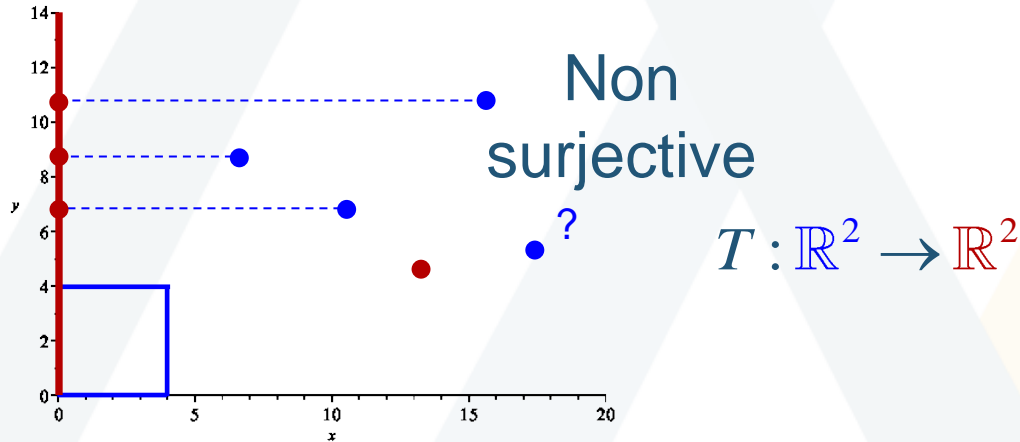
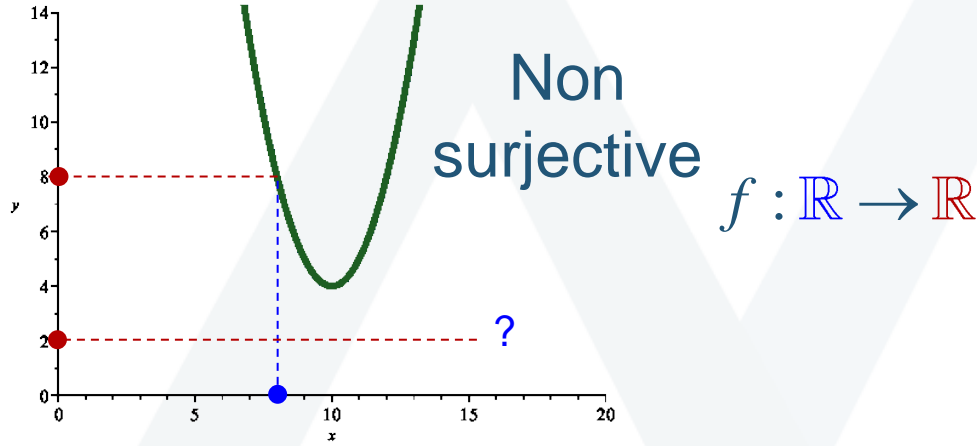
Définition

Fonction surjective

Soit $f: X \rightarrow Y$ une fonction. On dit que f est **surjective** si pour tout $y \in Y$, il existe $x \in X$ tel que $f(x) = y$.



Illustration de la définition



Exemple 1

Dire si la fonction $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2$ est surjective.

Exemple 2

Dire si la fonction $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^3$ est surjective.

Exemple 3

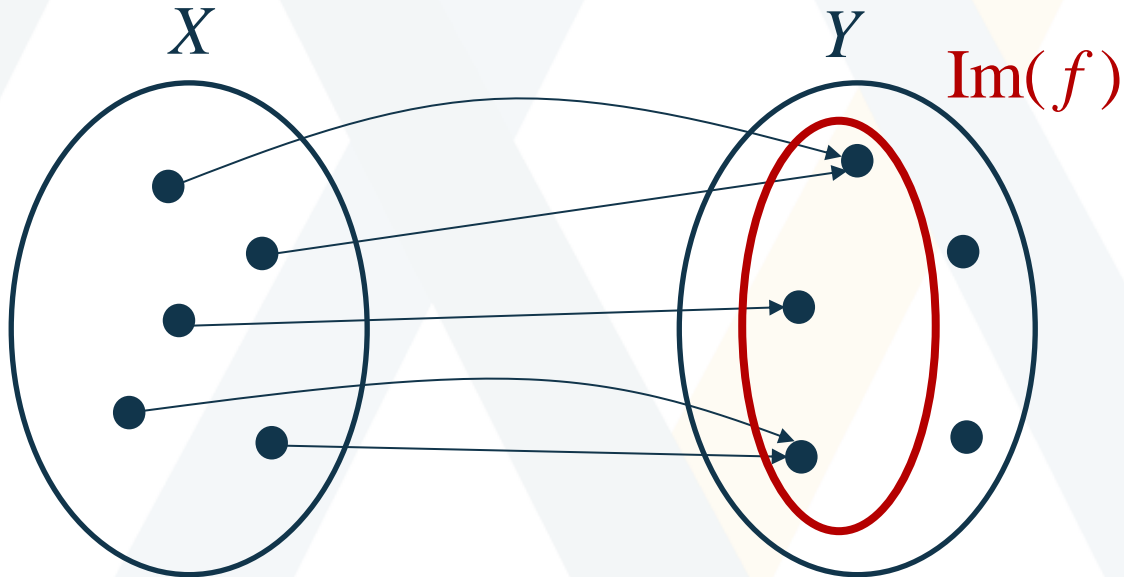
Dire si la fonction $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, T(\mathbf{u}) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \mathbf{u}$ est surjective.

Définition

Image d'une fonction

Soit $f: X \rightarrow Y$ une fonction. L'image de f , noté $\text{Im}(f)$, est l'ensemble

$$\text{Im}(f) = \{f(x) \mid x \in X\} \subseteq Y.$$



Exemple 4

Trouver l'image de la transformation $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, T(\mathbf{u}) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \mathbf{u}$.

Exemple 5

Trouver l'image de la transformation $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3, T(\mathbf{u}) = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 7 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \mathbf{u}$.

Théorème

Surjectivité d'une fonction

Soit $f: X \rightarrow Y$ une fonction.

f est surjective $\Leftrightarrow \text{Im}(f) = Y$.

Exemple 6

Dire si la transformation $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, T(\mathbf{u}) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \mathbf{u}$ est surjective.

Exemple 7

Dire si la transformation $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3, T(\mathbf{u}) = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 7 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \mathbf{u}$ est surjective.

Résumé

- $f: X \rightarrow Y$ est surjective si pour tout $y \in Y$, il existe $x \in X$ tel que $f(x) = y$.
- $f: X \rightarrow Y, \text{Im}(f) = \{f(x) | x \in X\} \subseteq Y$.
- $f: X \rightarrow Y, f$ est surjective $\Leftrightarrow \text{Im}(f) = Y$.

Conception du contenu

Christian Côté

Cégep régional de Lanaudière à Terrebonne

christian.cote@collanaud.qc.ca

Révision du contenu

Samuel Bernard

samuel.bernard@collanaud.qc.ca

Direction de projet

Samuel Bernard

Bruno Poellhuber

Postproduction

Symon Nestoruk

Musique

Sébastien Belleudy

sebe.bandcamp.com

Conception graphique

Christine Blais

Production des modèles en LaTeX

Nicolas Beauchemin

nicolas.beauchemin@bdeb.qc.ca

Production

Samuel Bernard



Bruno Poellhuber



Vidéo mise à disposition selon les termes de la licence

Creative Commons internationale 4.0

Paternité / Pas d'utilisation commerciale / Partage dans les mêmes conditions

Les autorisations au-delà du champ de cette licence peuvent être obtenues à

Mathema-TIC.ca