

Transformation linéaire

Définition

Christian Côté

Professeur de mathématique au Cégep régional de Lanaudière à Terrebonne

Chargé de cours au département de mathématiques et de statistique de l'Université de Montréal

christian.cote@collanaud.qc.ca



Ressource développée dans le cadre du projet Mathéma-TIC

Financé par le ministère de l'Enseignement supérieur, de la Recherche et de la Science (MESRS)

du Québec dans le cadre du Programme d'arrimage universités-collèges

Mise en contexte

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = x^2 - 3$$

Mise en contexte

$$g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$$

$$g(\mathbf{u}) = \|\mathbf{u}\|$$

Mise en contexte

$$T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$$

$$T(\mathbf{v}) = 5\mathbf{v}$$

Mise en contexte

On s'intéresse aux fonctions (transformations) qui préservent les opérations de base sur les vecteurs.

ku

$$T(ku) = k \cdot T(u)$$

$u + v$

$$T(u + v) = T(u) + T(v)$$

Définition

Transformation linéaire

On dit qu'une fonction $T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ est linéaire si pour tout $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbb{R}^n$ et $k \in \mathbb{R}$,

1. $T(k\mathbf{u}) = kT(\mathbf{u});$
2. $T(\mathbf{u} + \mathbf{v}) = T(\mathbf{u}) + T(\mathbf{v}).$

Exemple 1

Dire si la transformation $T(x, y) = (2x + y, x - 3y)$ est linéaire.

Exemple 1

Dire si la transformation $T(x, y) = (2x + y, x - 3y)$ est linéaire.

1. $T(k\mathbf{u}) = kT(\mathbf{u})$

Exemple 1

Dire si la transformation $T(x, y) = (2x + y, x - 3y)$ est linéaire.

2. $T(\mathbf{u} + \mathbf{v}) = T(\mathbf{u}) + T(\mathbf{v})$

Exemple 2

Dire si la transformation $T(x, y) = (x - y, y^2, x)$ est linéaire.

Exemple 2

Dire si la transformation $T(x, y) = (x - y, y^2, x)$ est linéaire.

1. $T(k\mathbf{u}) = kT(\mathbf{u})$

Exemple 3

Dire si la transformation $T \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ est linéaire.

1. $T(k\mathbf{u}) = kT(\mathbf{u})$

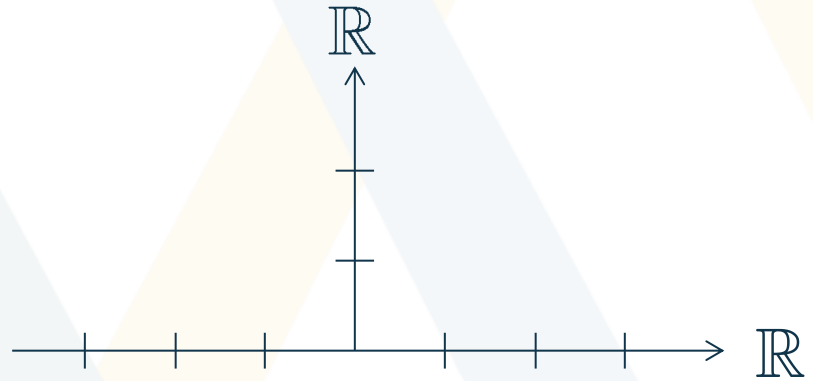
Exemple 3

Dire si la transformation $T \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ est linéaire.

2. $T(\mathbf{u} + \mathbf{v}) = T(\mathbf{u}) + T(\mathbf{v})$

Exemple 3

Dire si la transformation $T \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ est linéaire.



Résumé

- Définition de transformation linéaire
- Exemples

Conception du contenu

Christian Côté

Cégep régional de Lanaudière à Terrebonne

christian.cote@collanaud.qc.ca

Révision du contenu

Samuel Bernard

samuel.bernard@collanaud.qc.ca

Direction de projet

Samuel Bernard

Bruno Poellhuber

Postproduction

Symon Nestoruk

Musique

Sébastien Belleudy

sebe.bandcamp.com

Conception graphique

Christine Blais

Production des modèles en LaTeX

Nicolas Beauchemin

nicolas.beauchemin@bdeb.qc.ca

Production

Samuel Bernard



Bruno Poellhuber



Vidéo mise à disposition selon les termes de la licence

Creative Commons internationale 4.0

Paternité / Pas d'utilisation commerciale / Partage dans les mêmes conditions

Les autorisations au-delà du champ de cette licence peuvent être obtenues à

Mathema-TIC.ca