

Espace vectoriel

Les axiomes

Karima Amoura

Chargée de cours

Département de mathématiques et de statistique

Université de Montréal

amourak@dms.umontreal.ca



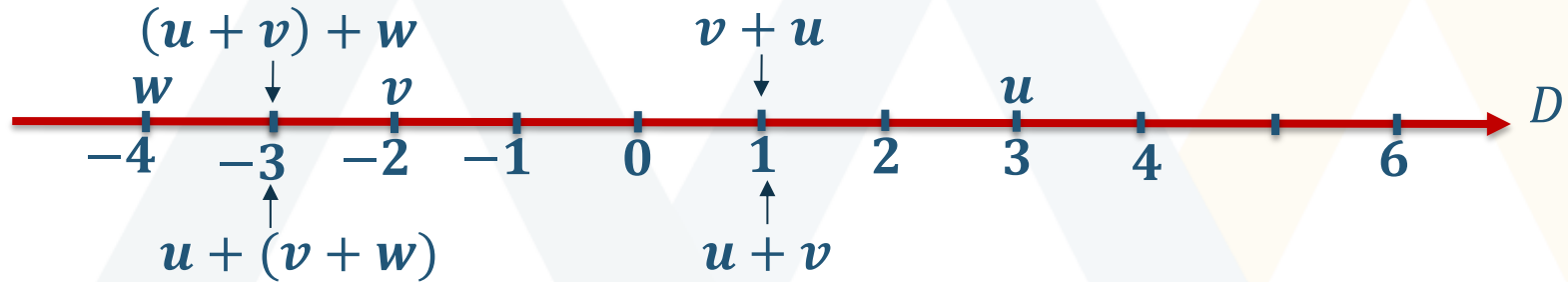
Ressource développée dans le cadre du projet Mathéma-TIC

Financé par le ministère de l'Enseignement supérieur, de la Recherche et de la Science (MESRS)

du Québec dans le cadre du Programme d'arrimage universités-collèges

Financé à partir du budget d'intégration pédagogique (Université de Montréal et Syndicat des chargé(e)s de cours)

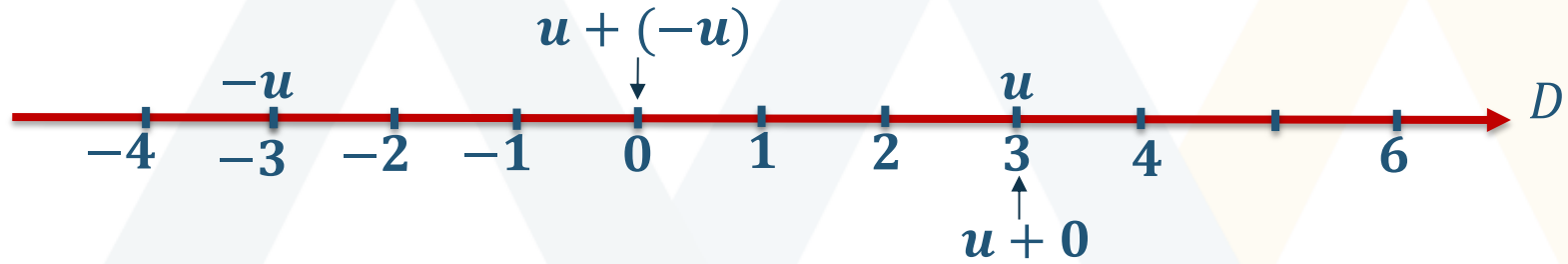
Exemple



Pour tout $u, v, w \in D$

- **A1)** $u + v \in D$ (fermeture de l'addition).
- **A2)** $u + v = v + u$ (commutativité de l'addition).
- **A3)** $(u + v) + w = u + (v + w)$ (associativité de l'addition).

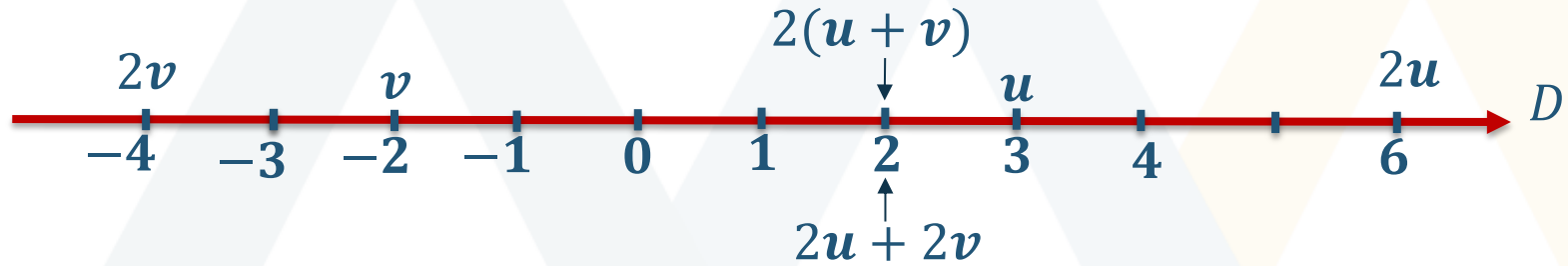
Exemple



Pour tout $u, v \in D$

- **A4)** $u + 0 = u$ (élément neutre de l'addition).
- **A5)** $u + (-u) = 0$ (élément opposé de l'addition).

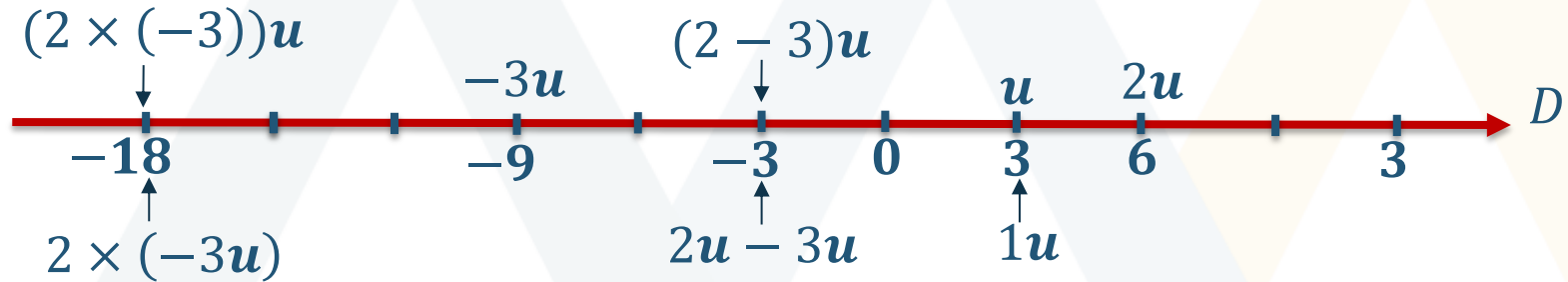
Exemple



Pour tout $u, v \in D$ et $c \in \mathbb{R}$

- **A6)** $cu \in D$ (fermeture de la multiplication).
- **A7)** $c(u + v) = cu + cv$ (distributivité par rapport à l'addition des vecteurs).

Exemple



Pour tout $u \in D$ et $c, d \in \mathbb{R}$

- **A8)** $(c + d)u = cu + du$ (distributivité par rapport à l'addition des scalaires).
- **A9)** $(cd)u = c(du)$ (associativité de la multiplication).
- **A10)** $1u = u$ (élément neutre de la multiplication).

Définition

Espace vectoriel

On appelle espace vectoriel tout ensemble non vide V constitué d'objets appelés vecteurs, sur lequel sont définies deux opérations (l'addition et la multiplication par un scalaire), vérifiant les 10 axiomes suivants.

Pour tout $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w} \in V$ et $c, d \in \mathbb{R}$, nous avons:

$$\text{A1) } \mathbf{u} + \mathbf{v} \in V$$

$$\text{A2) } \mathbf{u} + \mathbf{v} = \mathbf{v} + \mathbf{u}$$

$$\text{A3) } (\mathbf{u} + \mathbf{v}) + \mathbf{w} = \mathbf{u} + (\mathbf{v} + \mathbf{w})$$

$$\text{A4) } \mathbf{u} + \mathbf{0} = \mathbf{u}$$

$$\text{A5) } \mathbf{u} + (-\mathbf{u}) = \mathbf{0}$$

$$\text{A6) } c\mathbf{u} \in V$$

$$\text{A7) } c(\mathbf{u} + \mathbf{v}) = c\mathbf{u} + c\mathbf{v}$$

$$\text{A8) } (c + d)\mathbf{u} = c\mathbf{u} + d\mathbf{u}$$

$$\text{A9) } (cd)\mathbf{u} = c(d\mathbf{u})$$

$$\text{A10) } 1\mathbf{u} = \mathbf{u}$$

Résumé

- Exemple
- Définition d'un espace vectoriel

Conception du contenu

Karima Amoura

Université de Montréal

amourak@dms.umontreal.ca

Révision du contenu

Samuel Bernard et Véronique Hussin

samuel.bernard@collanaud.qc.ca

hussin@dms.umontreal.ca

Direction de projet

Samuel Bernard

Bruno Poellhuber

Postproduction

Marie-Ève Lanthier

Musique

Sébastien Belleudy

sebe.bandcamp.com

Conception graphique

Christine Blais

Production des modèles en LaTeX

Nicolas Beauchemin

nicolas.beauchemin@bdeb.qc.ca

Production

Samuel Bernard



Bruno Poellhuber



Vidéo mise à disposition selon les termes de la licence

Creative Commons internationale 4.0

Paternité / Pas d'utilisation commerciale / Partage dans les mêmes conditions

Les autorisations au-delà du champ de cette licence peuvent être obtenues à

Mathema-TIC.ca