# Déterminant d’une matrice $n \times n$

**Christian Côté**
Professeur de mathématique au Cégep régional de Lanaudière à Terrebonne
Chargé de cours au département de mathématiques et de statistique de l’Université de Montréal
christian.cote@collanaud.qc.ca

Ressource développée dans le cadre du projet Mathéma-TIC
Financé par le ministère de l'Enseignement supérieur, de la Recherche et de la Science (MESRS)
du Québec dans le cadre du Programme d'arrimage universités-collèges
Financé à partir du budget d’intégration pédagogique (Université de Montréal et Syndicat des chargé(e)s de cours)

# Mise en contexte

## Déterminant d'une matrice $n \times n$

$$\begin{pmatrix} (A)_{11} & \cdots & (A)_{1j} & \cdots & (A)_{1n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ (A)_{i1} & \cdots & (A)_{ij} & \cdots & (A)_{in} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ (A)_{n1} & \cdots & (A)_{nj} & \cdots & (A)_{nn} \end{pmatrix}$$

# Exemple 1

Est-ce que la matrice est inversible?

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad - bc}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

# Exemple 2

Est-ce que la matrice est inversible?

$$\begin{pmatrix} 7 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 7 \\ 8 & 3 & 9 & 4 \\ 0 & 7 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

# Définition

## Déterminant d'une matrice $n \times n$
## Développement selon la $i^{\text{e}}$ ligne

Soit $A_{n\times n}$, on définit le déterminant de $A$, développé selon la $i^{\text{e}}$ ligne, par

$$\det(A) = |A| = (A)_{i1}C_{i1} + \cdots + (A)_{in}C_{in} = \sum_{k=1}^{n} (A)_{ik}C_{ik} \ .$$

$$\begin{pmatrix} (A)_{11} & \cdots & (A)_{1j} & \cdots & (A)_{1n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ (A)_{i1} & \cdots & (A)_{ij} & \cdots & (A)_{in} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ (A)_{n1} & \cdots & (A)_{nj} & \cdots & (A)_{nn} \end{pmatrix}$$

# Exemple 3a – Déterminant selon la 1re ligne

$$\det\begin{pmatrix} 1 & 6 & 0 \\ 0 & 4 & -2 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix} =$$

# Exemple 3b – Déterminant selon la 2$^{e}$ ligne

$$\det\begin{pmatrix} 1 & 6 & 0 \\ 0 & 4 & -2 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix} =$$

## Définition

### Déterminant d'une matrice $n \times n$
### Développement selon la $j^{\text{e}}$ colonne

Soit $A_{n\times n}$, on définit le déterminant de $A$, développé selon la $j^{\text{e}}$ colonne, par

$$\det(A) = |A| = (A)_{1j}C_{1j} + \cdots + (A)_{nj}C_{nj} = \sum_{k=1}^{n} (A)_{kj}C_{kj} \;.$$

$$\begin{pmatrix} (A)_{11} & \cdots & (A)_{1j} & \cdots & (A)_{1n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ (A)_{i1} & \cdots & (A)_{ij} & \cdots & (A)_{in} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ (A)_{n1} & \cdots & (A)_{nj} & \cdots & (A)_{nn} \end{pmatrix}$$

# Exemple 4a – Déterminant selon la 2e colonne

$$\det\begin{pmatrix} 1 & 6 & 0 \\ 0 & 4 & -2 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix} =$$

# Exemple 4b – Déterminant selon la 3e colonne

$$\det\begin{pmatrix} 1 & 6 & 0 \\ 0 & 4 & -2 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix} =$$

# Exemple 5

$$\det\begin{pmatrix} 7 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 7 \\ 8 & 3 & 9 & 4 \\ 0 & 7 & 0 & 2 \end{pmatrix} =$$

# Résumé

- Exemple 1
- Exemple 2
- Développement du déterminant selon la $i^{\text{e}}$ ligne
- Exemple 3
- Développement du déterminant selon la $j^{\text{e}}$ colonne
- Exemple 4
- Exemple 5

Mathéma-TIC

Conception du contenu

**Christian Côté**

Cégep régional de Lanaudière à Terrebonne

Université de Montréal

christian.cote@collanaud.qc.ca

Révision du contenu

**Samuel Bernard et Véronique Hussin**

samuel.bernard@collanaud.qc.ca

hussin@dms.umontreal.ca

Direction de projet

**Samuel Bernard**

**Bruno Poellhuber**

Postproduction

**Symon Nestoruk**

Musique

**Sébastien Belleudy**

sebe.bandcamp.com

Conception graphique

**Christine Blais**

Production des modèles en LaTeX

**Nicolas Beauchemin**

nicolas.beauchemin@bdeb.qc.ca

Production


**Samuel Bernard**

CÉGEP RÉGIONAL de LANAUDIÈRE à Terrebonne

**Bruno Poellhuber**

Université de Montréal


Mathéma-TIC