

Méthode de Gauss-Jordan

Aucune solution

Karima Amoura

Chargée de cours

Département de mathématiques et de statistique

Université de Montréal

amourak@dms.umontreal.ca



Ressource développée dans le cadre du projet Mathéma-TIC

Financé par le ministère de l'Enseignement supérieur, de la Recherche et de la Science (MESRS)

du Québec dans le cadre du Programme d'arrimage universités-collèges

Financé à partir du budget d'intégration pédagogique (Université de Montréal et Syndicat des chargé(e)s de cours)

Exemple 1

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & 3 & 8 \end{array} \right)$$

$$\begin{array}{l} L_{21}(-1) \\ (L_2 \rightarrow L_2 - L_1) \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 2 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & -3 & 2 \end{array} \right)$$

$$\begin{array}{l} L_{31}(-3) \\ (L_3 \rightarrow L_3 - 3L_1) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} L_{32}(-1) \\ (L_3 \rightarrow L_3 - L_2) \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 2 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{array} \right) \begin{array}{l} L_{13}(-1) \\ (L_1 \rightarrow L_1 - L_3) \end{array}$$

Matrice augmentée
échelonnée

$$\left(\begin{array}{cc|c} - & - & - \\ - & - & - \\ - & - & - \end{array} \right)$$

$$\begin{array}{l} L_{12}(2/3) \\ (L_1 \rightarrow L_1 + \frac{2}{3}L_2) \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} - & - & - \\ - & - & - \\ - & - & - \end{array} \right)$$

$$\begin{array}{l} L_2(-1/3) \\ (L_2 \rightarrow -\frac{1}{3}L_2) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} L_3(1/2) \\ (L_3 \rightarrow \frac{1}{2}L_3) \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} - & - & - \\ - & - & - \\ - & - & - \end{array} \right)$$

Définition

Méthode de Gauss-Jordan

La méthode de Gauss-Jordan consiste à transformer la matrice augmentée associée à un système d'équations linéaires en une matrice augmentée échelonnée réduite.

Proposition

Solutions d'un système d'équations linéaires

Un système d'équations linéaires peut avoir :

1. une solution unique;
2. une infinité de solutions;
3. aucune solution.

Exemple 2

Résoudre le système suivant:

$$\begin{cases} 1x_1 + 2x_2 = 2 \\ x_1 - 1x_2 = 2 \\ 3x_1 + 3x_2 = 8 \end{cases} \quad (1)$$

$$\rightarrow \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & 3 & 8 \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

$$\rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 0 \\ 0 = 1 \end{cases} \quad (2)$$

Le système (1) n'a aucune solution.

Exemple 3

Résoudre le système suivant:

$$\begin{cases} 1x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 2 \\ 2x_1 + 1x_2 - 3x_3 = 3 \\ 7x_1 + 14x_2 - 21x_3 = 13 \end{cases}$$



$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & 2 \\ 2 & 1 & -3 & 3 \\ 7 & 14 & -21 & 13 \end{array} \right)$$

Exemple 3

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & 2 \\ 2 & 1 & -3 & 3 \\ 7 & 14 & -21 & 13 \end{array} \right)$$

$$\begin{array}{l} L_{21}(-2) \\ (L_2 \rightarrow L_2 - 2L_1) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} L_{31}(-7) \\ (L_3 \rightarrow L_3 - 7L_1) \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & 2 \\ 0 & -3 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{array} \right)$$

$$\begin{array}{l} L_{13}(2) \\ (L_1 \rightarrow L_1 + 2L_3) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} L_{23}(-1) \\ (L_2 \rightarrow L_2 - L_3) \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} - & - & - & - \\ - & - & - & - \\ - & - & - & - \end{array} \right)$$

Matrice augmentée
échelonnée

$$\begin{array}{l} L_{12}(2/3) \\ (L_1 \rightarrow L_1 + \frac{2}{3}L_2) \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} - & - & - & - \\ - & - & - & - \\ - & - & - & - \end{array} \right)$$

$$\begin{array}{l} L_2(-1/3) \\ (L_2 \rightarrow -\frac{1}{3}L_2) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} L_3(-1) \\ (L_3 \rightarrow -L_3) \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} - & - & - & - \\ - & - & - & - \\ - & - & - & - \end{array} \right)$$

Exemple 3

$$\begin{cases} 1x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 2 \\ 2x_1 + 1x_2 - 3x_3 = 3 \\ 7x_1 + 14x_2 - 21x_3 = 13 \end{cases}$$

(1)

$$\begin{cases} x_1 - x_3 = 0 \\ x_2 - x_3 = 0 \\ 0 = 1 \end{cases}$$

(2)

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & 2 \\ 2 & 1 & -3 & 3 \\ 7 & 14 & -21 & 13 \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

Le système (1) n'admet aucune solution.

Résumé

- Exemple 1
- Définition de la méthode de Gauss-Jordan
- Proposition
- Exemple 2
- Exemple 3

Conception du contenu

Karima Amoura

Université de Montréal

amourak@dms.umontreal.ca

Révision du contenu

Samuel Bernard et Véronique Hussin

samuel.bernard@collanaud.qc.ca

hussin@dms.umontreal.ca

Direction de projet

Samuel Bernard

Bruno Poellhuber

Postproduction

Marie-Ève Lanthier

Musique

Sébastien Belleudy

sebe.bandcamp.com

Conception graphique

Christine Blais

Production des modèles en LaTeX

Nicolas Beauchemin

nicolas.beauchemin@bdeb.qc.ca

Production

Samuel Bernard



Bruno Poellhuber



Vidéo mise à disposition selon les termes de la licence

Creative Commons internationale 4.0

Paternité / Pas d'utilisation commerciale / Partage dans les mêmes conditions

Les autorisations au-delà du champ de cette licence peuvent être obtenues à

Mathema-TIC.ca