

# Simplifier pour ramener l'intégrande à une formule de base

**Anik Soulière**

Professeure de mathématique  
Département de mathématiques  
Collège de Maisonneuve  
asouliere@cmaisonneuve.qc.ca



Ressource développée dans le cadre du projet Mathéma-TIC  
Financé par le ministère de l'Enseignement supérieur, de la Recherche et de la Science (MESRS)  
du Québec dans le cadre du Programme d'arrimage universités-collèges

# Se poser les bonnes questions

$$\int f(x) dx = ?$$

1. Est-ce une **formule de base**?

# 15 formules de base d'intégration et deux propriétés

$$1. \int 0 \, dx = C$$

$$2. \int 1 \, dx = x + C$$

$$3. \int x^n \, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \quad *$$

$$4. \int e^x \, dx = e^x + C$$

$$5. \int a^x \, dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \quad **$$

$$6. \int \frac{1}{x} \, dx = \ln |x| + C$$

$$7. \int \cos x \, dx = \sin x + C$$

$$8. \int \sin x \, dx = -\cos x + C$$

$$9. \int \sec^2 x \, dx = \tan x + C$$

$$10. \int \csc^2 x \, dx = -\cot x + C$$

$$11. \int \sec x \tan x \, dx = \sec x + C$$

$$12. \int \csc x \cot x \, dx = -\csc x + C$$

$$13. \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \, dx = \arcsin x + C$$

$$14. \int \frac{1}{x^2+1} \, dx = \arctan x + C$$

$$15. \int \frac{1}{|x|\sqrt{x^2+1}} \, dx = \operatorname{arcsec} x + C$$

## Propriétés

$$\int k f(x) \, dx = k \int f(x) \, dx \quad k \in \mathbb{R}$$

$$\int [f(x) + g(x)] \, dx = \int f(x) \, dx + \int g(x) \, dx$$

\* Pour  $n \neq -1$     \*\* pour  $a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$



# Se poser les bonnes questions

$$\int f(x) dx = ?$$

1. Est-ce une **formule de base**?

Non ↓

2. Est-ce qu'une **simplification** peut ramener l'intégrande à une formule de base?

## Exemple 1

$$\int x(x + 1) dx =$$

1. Formule de base?

Non  
↓

2. Simplification?

## Exemple 1

Stratégie: distribuer le produit sur la somme.

$$\int x(x + 1) dx =$$



$$\int f(x)g(x) dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$$

## Exemple 2

$$\int (x^2 + 1)^2 dx =$$

1. Formule de base?

Non  
↓

2. Simplification?

Stratégie: développer le produit.

## Exemple 2

$$\int (x^2 + 1)^2 dx =$$

## Exemple 3

$$\int \frac{1}{x^2 + 1} dx =$$

1. Formule de base?

$$\int \frac{1}{x^2 + 1} dx = \arctan x + C$$

## Exemple 4

$$\int \frac{x^2 + 1}{x} dx =$$

1. Formule de base?

Non ↓

2. Simplification?

## Exemple 4

$$\int \frac{x^2 + 1}{x} dx =$$

Stratégie: diviser chaque terme  
du numérateur par le terme au dénominateur.

## Exemple 5

$$\int \frac{x^3 + x + 5}{x^2 + 1} dx$$

1. Formule de base?

Non  
↓

2. Simplification?

## Exemple 5

$$\int \frac{x^3 + x + 5}{x^2 + 1} dx$$

Stratégie : effectuer une division de polynômes.

Réponse + reste/dénominateur  
« le reste reste sur le dénominateur »

## Remarque

La division de polynômes est utile si

degré du numérateur  $\geq$  degré du dénominateur

Question : laquelle des intégrales suivantes peut être simplifiée par une division de polynômes?

$$A) \int \frac{x^3 + x + 5}{x^4 + 1} dx \quad B) \int \frac{x}{x^2 + 1} dx \quad C) \int \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} dx \quad D) \int \frac{x^2 + 5}{x(x^2 + 1)} dx$$

## Exemple 6

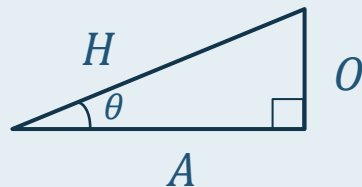
$$\int \tan x \cos x \, dx =$$

1. Formule de base?

Non  
↓

2. Simplification?

# Les rapports trigonométriques



$H$ : hypoténuse

$A$ : côté adjacent à l'angle  $\theta$

$O$ : côté opposé à l'angle  $\theta$

$$1. \sin \theta = \frac{O}{H}$$

$$2. \cos \theta = \frac{A}{H}$$

$$3. \tan \theta = \frac{O}{A} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$4. \csc \theta = \frac{H}{O} = \frac{1}{\sin \theta}$$

$$5. \sec \theta = \frac{H}{A} = \frac{1}{\cos \theta}$$

$$6. \cot \theta = \frac{A}{O} = \frac{1}{\tan \theta} = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

## Exemple 6

$$\int \tan x \cos x \, dx =$$

Stratégie : utiliser le rapport de fonctions trigonométriques

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

## Exemple 7

$$\int \tan^2 x \, dx =$$

1. Formule de base?

Non  
↓

2. Simplification?

## Quelques identités trigonométriques

1.  $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$

2.  $\tan^2 \theta + 1 = \sec^2 \theta$

3.  $1 + \cot^2 \theta = \csc^2 \theta$

4.  $\cos^2 \theta = \frac{1 + \cos(2\theta)}{2}$

5.  $\sin^2 \theta = \frac{1 - \cos(2\theta)}{2}$

6.  $\sin(2\theta) = 2 \sin \theta \cos \theta$

## Exemple 7

Stratégie : utiliser l'identité trigonométrique

$$1 + \tan^2 x = \sec^2 x$$

$$\int \tan^2 x \, dx =$$

# Résumé

$$\int f(x) dx = ?$$

1. Est-ce une **formule de base**?

Non ↓

2. Est-ce qu'une **simplification** peut ramener l'intégrande à une formule de base?

- Distribuer un produit sur une somme
- Développer un produit
- Diviser un terme au dénominateur
- Effectuer une division de polynômes  
(si degré du numérateur  $\geq$  degré du dénominateur)
- Utiliser les rapports trigonométriques
- Utiliser les identités trigonométriques

Conception du contenu

**Anik Soulière**

Collège de Maisonneuve  
asouliere@cmaisonneuve.qc.ca

Révision du contenu

**Samuel Bernard**

samuel.bernard@collanaud.qc.ca

Direction de projet

**Samuel Bernard**  
**Bruno Poellhuber**

Postproduction

**Symon Nestoruk**

Musique

**Sébastien Belleudy**

[sebe.bandcamp.com](http://sebe.bandcamp.com)

Crédit images

**Pixabay**

[pixabay.com](http://pixabay.com)

Conception graphique

**Christine Blais**

Production des modèles en LaTeX

**Nicolas Beauchemin**

[nicolas.beauchemin@bdeb.qc.ca](mailto:nicolas.beauchemin@bdeb.qc.ca)

Production

**Samuel Bernard**



**Bruno Poellhuber**



**Vidéo mise à disposition selon les termes de la licence**

Creative Commons internationale 4.0

Paternité / Pas d'utilisation commerciale / Partage dans les mêmes conditions

Les autorisations au-delà du champ de cette licence peuvent être obtenues à

**Mathema-TIC.ca**