

Deux propriétés de l'intégrale

Linéarité de l'intégrale indéfinie

Anik Soulière

Professeure de mathématique
Département de mathématiques
Collège de Maisonneuve
asouliere@cmaisonneuve.qc.ca



Ressource développée dans le cadre du projet Mathéma-TIC
Financé par le ministère de l'Enseignement supérieur, de la Recherche et de la Science (MESRS)
du Québec dans le cadre du Programme d'arrimage universités-collèges

À la recherche de primitives

Intégrer
(trouver les primitives)

$$\int f(x) dx = F(x) + C$$

Dériver

Rappel de deux règles de dérivation

$$\frac{d}{dx} [k f(x)] = k \frac{d}{dx} [f(x)] \quad \text{où } k \text{ est une constante réelle.}$$

$$\frac{d}{dx} [f(x) + g(x)] = \frac{d}{dx} [f(x)] + \frac{d}{dx} [g(x)]$$

Deux propriétés de l'intégrale indéfinie

Linéarité de l'intégrale indéfinie

Soit $f(x)$ et $g(x)$ des fonctions dont les primitives sont respectivement $F(x)$ et $G(x)$ et soit k une constante réelle.

$$\begin{aligned} 1. \int k f(x) dx &= k \int f(x) dx \\ &= k \underbrace{F(x)} + C \end{aligned}$$

Intégrale du produit d'une fonction par une constante

$$\begin{aligned} 2. \int [f(x) + g(x)] dx &= \int f(x) dx + \int g(x) dx \\ &= \underbrace{F(x)} + \underbrace{G(x)} + C \end{aligned}$$

Intégrale d'une somme de fonctions

Preuve de la propriété 1

Il faut démontrer que $k F(x) + C$ est une primitive de $k f(x)$.

$$\frac{d}{dx} [k F(x) + C]$$

$$= \frac{d}{dx} [k F(x)] + \frac{d}{dx} [C]$$

$$= k \frac{d}{dx} [F(x)]$$

$$= k f(x)$$

Conclusion : $\int k f(x) dx = k F(x) + C$

La dérivée d'une somme est la somme des dérivées.

Propriété de la dérivation.

$F(x)$ est une primitive de $f(x)$.

Exemple 1

$$\int -e^x dx =$$

Exemple 2

$$\int \left(8x^3 + \frac{1}{x} \right) dx =$$

Remarques

$$\int [f_1(x) + f_2(x) + \cdots + f_n(x)] dx = \int f_1(x) dx + \int f_2(x) dx + \cdots + \int f_n(x) dx$$

$$\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$$

Résumé

Deux nouvelles propriétés de l'intégration, déduites de formules de dérivation, sont à mémoriser.

$$1. \int k f(x) dx = k \int f(x) dx \quad k \in \mathbb{R}$$

$$2. \int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$$

Résumé

Ces propriétés permettent de simplifier une intégrale indéfinie en plusieurs petites intégrales plus faciles à résoudre.

$$\int \left(8x^3 + \frac{1}{x} \right) dx = 8 \underbrace{\int x^3 dx}_{\text{Formule de base}} + \underbrace{\int \frac{1}{x} dx}_{\text{Formule de base}}$$

Conception du contenu

Anik Soulière

Collège de Maisonneuve
asouliere@cmaisonneuve.qc.ca

Révision du contenu

Samuel Bernard

samuel.bernard@collanaud.qc.ca

Direction de projet

Samuel Bernard
Bruno Poellhuber

Postproduction

Symon Nestoruk

Musique

Sébastien Belleudy

sebe.bandcamp.com

Conception graphique

Christine Blais

Production des modèles en LaTeX

Nicolas Beauchemin

nicolas.beauchemin@bdeb.qc.ca

Production

Samuel Bernard



Bruno Poellhuber



Vidéo mise à disposition selon les termes de la licence

Creative Commons internationale 4.0

Paternité / Pas d'utilisation commerciale / Partage dans les mêmes conditions

Les autorisations au-delà du champ de cette licence peuvent être obtenues à

Mathema-TIC.ca