

Primitives et forme générale

Intégrale indéfinie

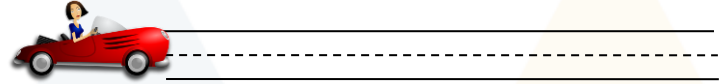
Anik Soulière

Professeure de mathématique
Département de mathématiques
Collège de Maisonneuve
asouliere@cmaisonneuve.qc.ca



Ressource développée dans le cadre du projet Mathéma-TIC
Financé par le ministère de l'Enseignement supérieur, de la Recherche et de la Science (MESRS)
du Québec dans le cadre du Programme d'arrimage universités-collèges

Mise en contexte



Un véhicule se déplace sur une route.
Au temps $t = 0$ h, il est à la position $x = 1$ km.

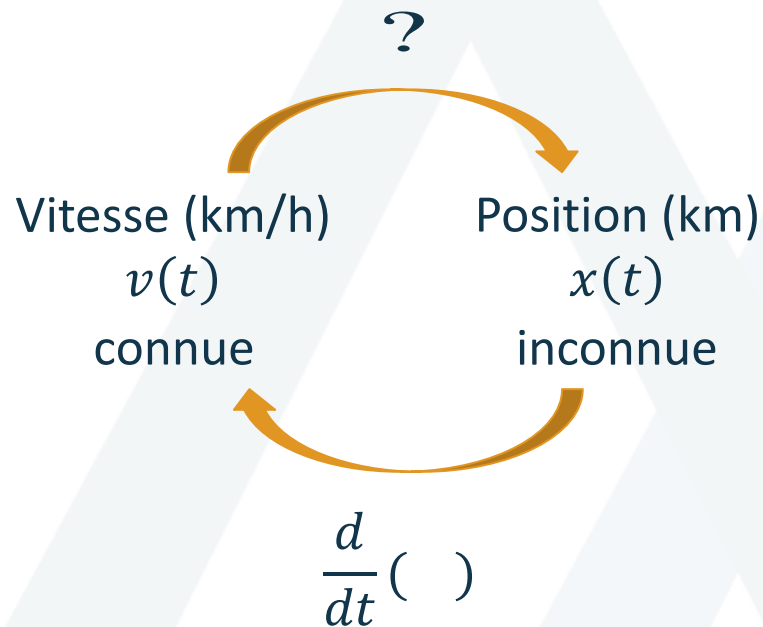
On connaît l'expression de la **vitesse** du véhicule en fonction du temps :

$$v(t) = 2t$$



Quelle est la fonction qui donne la **position** du véhicule en tout temps?

Mise en contexte



$$v(t) = 2t$$

Qu'est-ce qui, une fois dérivé, me donne $2t$?

Primitives de v

Forme générale des primitives de v

Définition

Primitive

Une fonction F est une primitive de f sur un intervalle $[a, b]$ si

$$\frac{d}{dx} F(x) = f(x) \quad \forall x \in [a, b]$$

Exemple 1

Démontrer que la fonction ci-dessous est une primitive de $f(x) = x^2$.

$$F(x) = \frac{x^3}{3} + 5$$

Définition

Intégrale indéfinie

On appelle **intégrale indéfinie** d'une fonction f l'ensemble de toutes les primitives de cette fonction. Soit F une primitive de f , on note:

The diagram shows the formula $\int f(x) dx = F(x) + C$ with callout boxes pointing to its parts: 'Symbole d'intégration' points to the integral sign; 'Intégrande' points to $f(x)$; 'Différentielle' points to dx ; 'Constante d'intégration' points to C ; and 'une primitive' (from the text above) points to $F(x)$. Brackets are placed under $\int f(x) dx$ and $F(x) + C$.

$$\int f(x) dx = F(x) + C \quad C \in \mathbb{R}$$

Se lit « l'intégrale de $f(x)$ par rapport à x »

Forme générale des primitives de $f(x)$

Dérivée et primitive

Intégrer
(trouver les primitives)

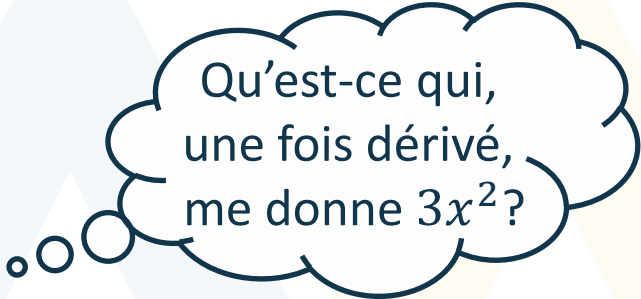
$$\int f(x) dx = F(x) + C$$

Dériver

Exemple 2

Effectuer l'intégrale indéfinie suivante.

$$\int 3x^2 dx$$

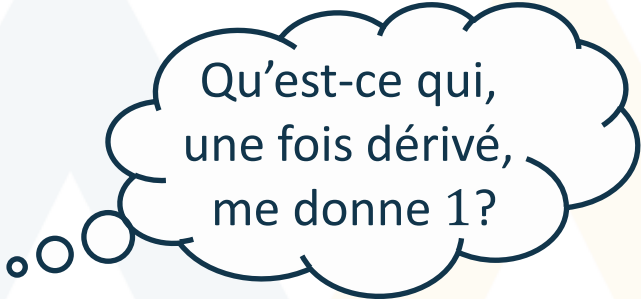


Qu'est-ce qui,
une fois dérivé,
me donne $3x^2$?

Exemple 3

Effectuer l'intégrale indéfinie suivante.

$$\int dx$$

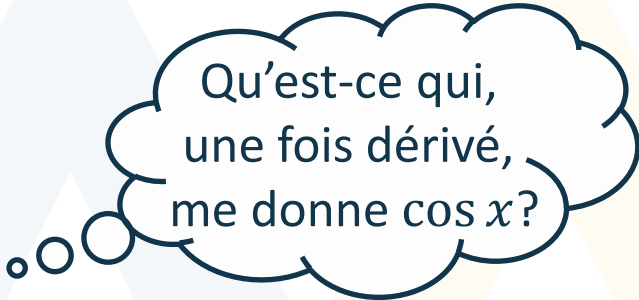


Qu'est-ce qui,
une fois dérivé,
me donne 1?

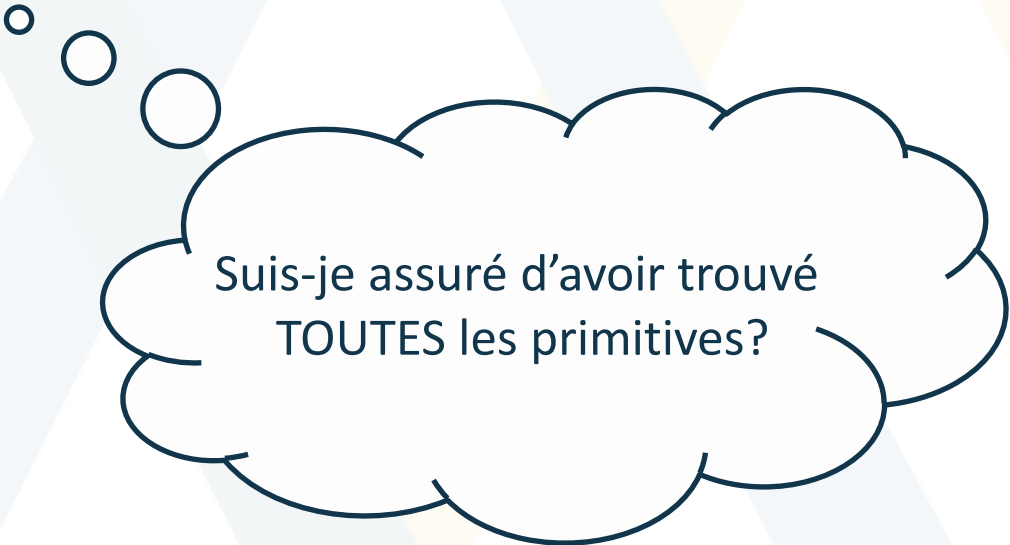
Exemple 4

Effectuer l'intégrale indéfinie suivante.

$$\int \cos x \, dx$$



Qu'est-ce qui,
une fois dérivé,
me donne $\cos x$?



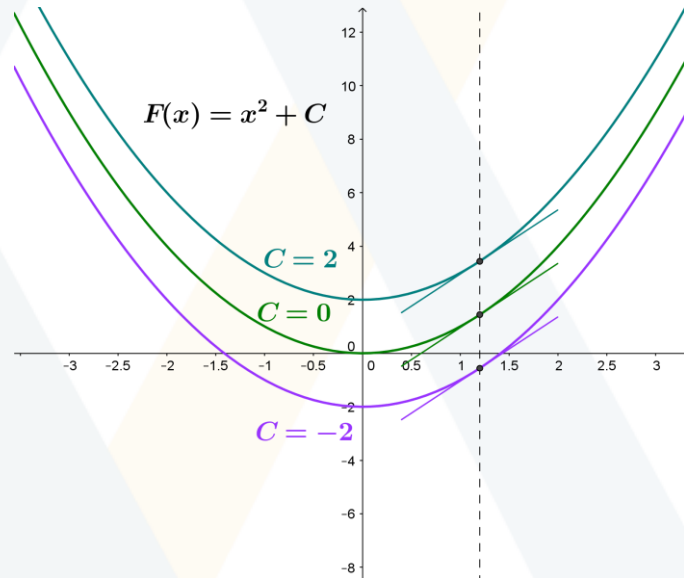
Suis-je assuré d'avoir trouvé
TOUTES les primitives?

Théorème

Les primitives d'une fonction diffèrent d'une constante

Si F et G sont deux primitives de la fonction f sur $[a, b]$, alors ces primitives ne diffèrent que par une constante.

$$\int 2x \, dx = x^2 + C$$



Résumé

- En sciences, il est parfois nécessaire de faire le processus inverse de la dérivation.
- L'ensemble des fonctions recherchées est alors appelé intégrale indéfinie ou ensemble des primitives.
- Pour avoir l'ensemble de toutes les solutions à une intégrale indéfinie, on trouve une primitive à laquelle on ajoute une constante C arbitraire.

Conception du contenu

Anik Soulière

Collège de Maisonneuve
asouliere@cmaisonneuve.qc.ca

Révision du contenu

Samuel Bernard

samuel.bernard@collanaud.qc.ca

Direction de projet

Samuel Bernard
Bruno Poellhuber

Postproduction

Symon Nestoruk

Musique

Sébastien Belleudy

sebe.bandcamp.com

Crédit images

Pixabay

pixabay.com

Conception graphique

Christine Blais

Production des modèles en LaTeX

Nicolas Beauchemin

nicolas.beauchemin@bdeb.qc.ca

Production

Samuel Bernard



Bruno Poellhuber



Vidéo mise à disposition selon les termes de la licence

Creative Commons internationale 4.0

Paternité / Pas d'utilisation commerciale / Partage dans les mêmes conditions

Les autorisations au-delà du champ de cette licence peuvent être obtenues à

Mathema-TIC.ca