

La distribution d'une moyenne

Distribution d'échantillonnage

Julie Milot

Professeure de mathématique
Département de mathématiques
Collège de Maisonneuve
jmilot@cmaisonneuve.qc.ca



Ressource développée dans le cadre du projet Mathéma-TIC
Financé par le ministère de l'Enseignement supérieur, de la Recherche et de la Science (MESRS)
du Québec dans le cadre du Programme d'arrimage universités-collèges

Mise en situation

X : nombre d'enfants par famille.

Variable quantitative à échelle d'intervalle ou de rapport.

$N = 500$



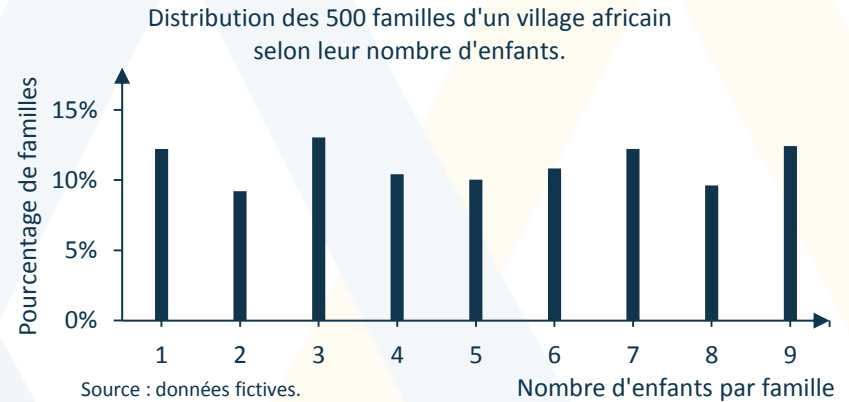
Distribution de la variable

Nombre d'enfants par famille pour les 500 familles du village africain.

2 1 7 3 8 9 5 2 6 9 9 6 4 3 8 2 9 9 1 5
1 4 6 1 6 6 2 5 3 8 6 9 2 9 9 3 5 4 3 3
3 6 3 8 1 9 9 7 1 7 4 5 8 8 7 3 4 4 3 7
3 6 6 5 2 3 8 2 1 6 8 2 6 6 9 4 1 3 4 5
6 8 5 6 3 9 3 2 1 6 9 6 3 3 5 1 1 5 6 9
5 3 9 1 7 9 6 5 7 6 9 8 3 1 8 9 2 2 1 2
8 4 3 8 4 3 7 2 9 3 9 9 1 8 7 6 8 5 2 9
5 9 8 6 2 5 2 5 3 5 3 8 5 5 1 3 1 7 4 8
6 8 1 5 1 9 8 2 7 1 8 4 5 2 1 9 2 3 5 6
7 9 3 9 4 6 3 3 5 9 3 9 1 6 7 4 5 4 9 7
7 2 7 6 5 9 1 7 2 4 5 2 3 3 4 5 3 7 7 5
4 7 1 2 4 1 7 7 5 7 1 9 3 5 5 5 1 7 9 7
1 3 6 5 9 4 2 1 6 9 7 3 8 7 7 1 9 4 9 8
7 6 7 1 5 3 1 2 8 9 1 9 8 3 1 1 3 4 4 4
9 4 2 1 1 4 1 3 7 2 4 4 4 9 7 7 7 7 4 1
3 7 9 5 1 8 2 4 1 8 6 4 4 2 1 2 7 8 9 4
1 7 6 6 8 4 2 8 9 3 7 8 2 1 2 5 1 8 1 2
6 9 7 6 5 8 6 3 6 7 1 4 2 1 8 3 7 6 2 5
4 6 6 5 7 8 6 7 7 6 6 6 9 3 5 3 3 6 5 7
6 3 3 9 9 3 9 5 8 4 4 3 8 2 7 3 1 4 2 9
3 6 2 1 5 5 4 2 5 4 4 3 1 6 2 1 3 5 1 1
2 1 9 9 7 2 9 7 3 6 1 6 3 7 7 2 7 8 1 9
6 8 3 1 8 4 5 3 2 4 7 8 5 6 4 6 6 3 7 9
9 7 8 9 3 7 7 7 7 8 3 4 3 5 4 1 8 8 4 4
3 8 2 8 5 9 9 1 4 3 1 2 7 6 9 8 4 7 9 9

X : nombre d'enfants par famille.

Variable quantitative discrète à échelle de rapport.



$$N = 500$$

$$\mu = 5,00$$

Valeur minimale : 1

Valeur maximale : 9

$$E = 8$$

$$\sigma^2 = 6,87$$

$$\sigma = 2,62$$

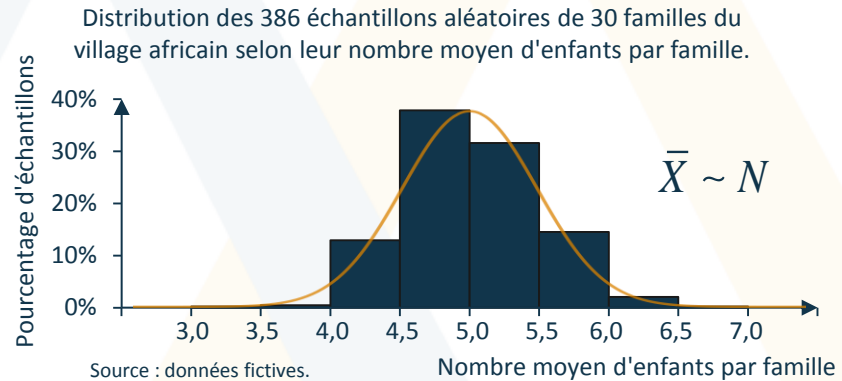
Distribution d'une moyenne

Nombre moyen d'enfants par famille pour 386 échantillons aléatoires de 30 familles du village africain.

5,03 4,93 4,83 4,63 4,70 5,87 4,87 4,67 4,27 5,27 5,17 5,57 4,47 5,37 4,73 4,20
5,20 5,33 4,87 5,53 4,77 4,37 3,27 4,70 4,07 5,47 5,87 4,90 5,17 4,73 5,90 5,73
4,87 5,20 5,37 4,77 4,67 4,87 5,50 4,80 5,07 4,30 4,37 5,30 5,33 5,13 5,70 4,26
4,70 4,87 4,77 5,30 4,60 5,47 5,37 5,77 5,63 6,03 4,87 4,90 4,87 4,57 4,43 5,70
4,60 4,50 5,30 4,70 4,83 6,00 5,50 4,43 4,87 4,73 5,80 5,07 4,47 5,17 4,93 4,56
5,17 4,63 5,37 3,93 4,63 5,60 4,50 5,23 5,20 5,20 5,93 4,63 4,83 5,07 5,03 4,43
4,77 5,30 5,03 5,50 5,53 4,27 4,90 4,43 5,13 4,23 4,83 5,30 4,47 4,97 4,13 4,30
5,37 4,27 4,77 4,90 4,83 4,97 4,73 5,63 5,50 4,37 4,83 4,77 5,43 4,93 6,27 4,26
4,83 5,10 4,83 5,23 4,13 5,10 4,27 4,63 4,53 4,57 5,00 4,97 5,73 4,77 4,50 5,70
5,33 5,00 5,03 5,50 5,33 4,77 5,00 5,30 4,83 5,50 4,80 4,77 5,37 4,23 4,63 6,56
5,13 5,80 5,10 4,17 5,27 5,57 4,13 4,67 4,40 5,07 5,30 5,90 5,43 5,27 4,67 6,30
5,27 4,67 4,57 4,63 5,77 5,03 5,00 5,10 5,83 4,63 4,87 5,07 4,73 5,33 4,23
5,13 5,60 5,90 4,80 4,70 4,83 4,73 4,50 4,73 4,47 4,47 4,63 4,63 4,27 4,27
5,20 4,90 4,80 5,10 4,90 4,63 5,50 5,47 4,93 4,77 5,17 5,63 5,23 5,30 4,50
4,80 4,40 5,13 4,93 5,50 4,30 4,67 4,90 5,60 4,97 5,77 5,23 4,77 4,83 4,27
6,30 4,53 4,77 4,17 4,67 4,73 5,20 4,43 5,37 4,30 4,97 5,60 5,17 4,57 4,40
5,40 4,80 5,07 5,27 5,17 5,67 5,23 4,10 5,33 4,83 5,13 4,87 5,53 5,43 4,70
5,20 4,67 4,97 4,73 5,00 4,80 5,30 6,27 5,03 5,03 4,40 5,67 5,17 4,97 3,96
4,77 5,43 4,93 5,33 4,97 4,63 6,17 5,07 4,97 5,30 4,07 4,90 4,77 4,77 4,53
5,50 5,33 5,03 5,03 5,70 5,17 5,23 4,87 4,90 4,47 5,53 4,87 4,63 5,30 4,66
4,53 5,60 5,07 4,37 5,20 5,60 4,83 5,00 5,13 5,27 5,37 5,33 5,10 4,57 4,50
5,67 5,30 5,37 5,23 5,53 4,50 4,93 4,83 5,70 5,27 5,03 4,30 5,33 4,70 4,83
5,27 5,43 4,13 5,13 5,40 5,63 4,97 5,77 4,60 4,13 5,27 5,43 4,30 4,93 4,76
5,03 5,53 4,53 4,97 4,53 4,63 5,83 5,27 4,73 5,50 5,00 5,33 4,80 4,33 4,56
4,83 5,03 5,13 5,67 5,27 5,20 5,60 5,77 4,63 4,50 5,77 6,27 4,20 5,43 4,53

\bar{X} : nombre moyen d'enfants par famille pour un échantillon aléatoire de 30 familles.

Variable quantitative continue à échelle de rapport.



$$n = 30$$

$$\mu_{\bar{x}} = 5,00$$

Valeur minimale : 3,27

Valeur maximale : 6,56

$$E = 3,29$$

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = 0,23$$

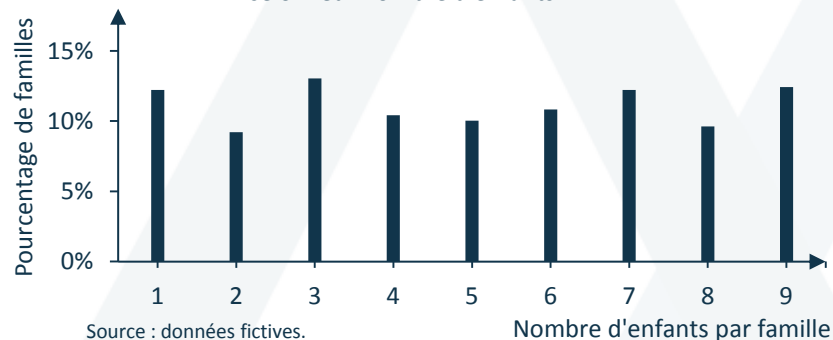
$$\sigma_{\bar{x}} = 0,48$$

Comparaison

X : nombre d'enfants par famille.

Variable quantitative discrète à échelle de rapport.

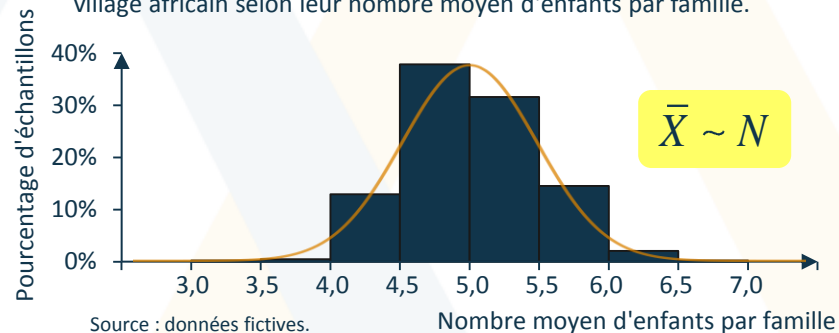
Distribution des 500 familles d'un village africain selon leur nombre d'enfants.



\bar{X} : nombre moyen d'enfants par famille pour un échantillon aléatoire de 30 familles.

Variable quantitative continue à échelle de rapport.

Distribution des 386 échantillons aléatoires de 30 familles du village africain selon leur nombre moyen d'enfants par famille.



$$N = 500$$

$$\mu = 5,00$$

Valeur minimale : 1

Valeur maximale : 9

$$E = 8$$

$$\sigma^2 = 6,87$$

$$\sigma = 2,62$$

$$\mu_{\bar{x}} = \mu$$

$$n = 30$$

$$\mu_{\bar{x}} = 5,00$$

Valeur minimale : 3,27

Valeur maximale : 6,56

$$E = 3,29$$

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = 0,23$$

$$\sigma_{\bar{x}} = 0,48$$

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma^2}{n}$$

Théorème central limite

Soit une population de taille N sur laquelle on étudie une variable aléatoire X de moyenne μ et de variance σ^2 . La variable \bar{X} représentant la moyenne dans un échantillon de taille n pris dans cette population est une variable aléatoire qui se distribue de la façon suivante :

$$\bar{X} \sim N\left(\mu_{\bar{x}}; \sigma_{\bar{x}}^2\right) \quad \text{si } X \sim N \text{ ou } n \geq 30, \text{ où}$$

$$\mu_{\bar{x}} = \mu$$

et

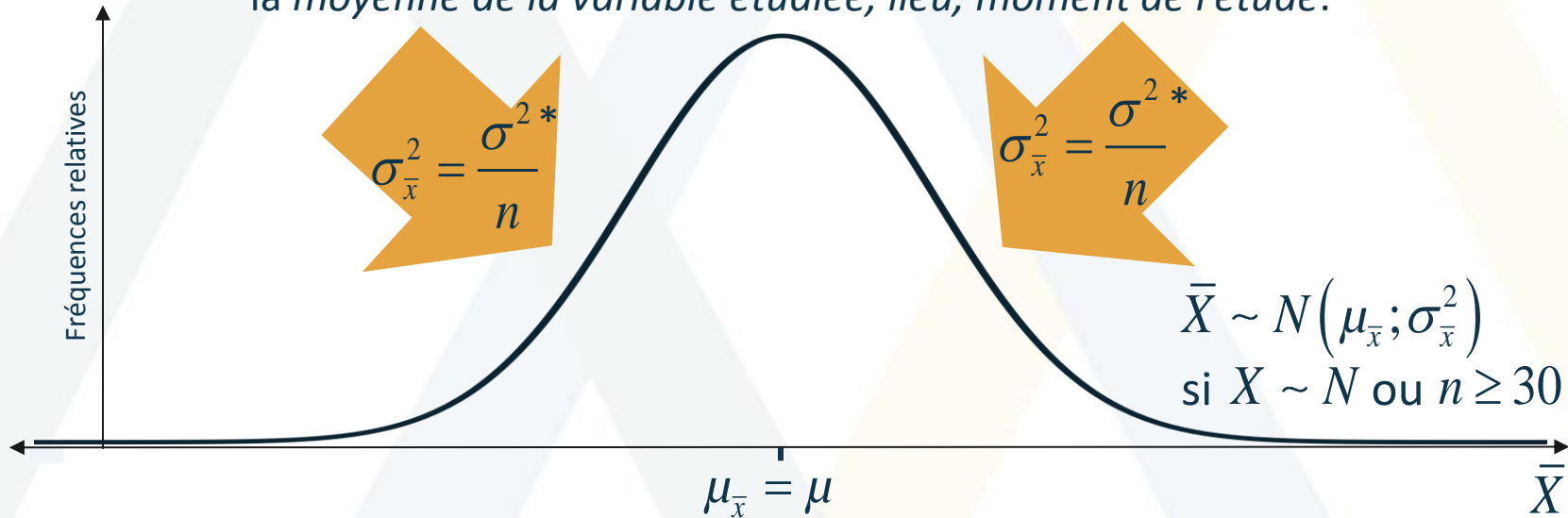
$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma^2}{n} \quad \text{si l'échantillon est prélevé avec remise ou que sa taille représente moins de 5 \% de la taille de la population.*}$$

* Si l'échantillon est prélevé sans remise et que sa taille représente plus de 5 % de la taille de la population, il faut multiplier $\sigma_{\bar{x}}^2$ par le facteur de correction $\frac{N-n}{N-1}$.

Résumé

Si X est une variable quantitative à échelle d'intervalle ou de rapport, on a :

Distribution des *échantillons aléatoires* de taille n selon la *moyenne de la variable étudiée, lieu, moment de l'étude.*



*Si l'échantillon est prélevé sans remise et que sa taille représente plus de 5 % de la taille de la population, il faut multiplier $\sigma_{\bar{x}}^2$ par le facteur de correction $\frac{N-n}{N-1}$.

Conception du contenu

Julie Milot

Collège de Maisonneuve
jmilot@cmaisonneuve.qc.ca

Révision du contenu

Samuel Bernard et Hélène Lambert

samuel.bernard@collanaud.qc.ca
hlambert@cmaisonneuve.qc.ca

Direction de projet

Samuel Bernard
Bruno Poellhuber

Postproduction

Marie-Ève Lanthier

Musique

Sébastien Belleudy

sebe.bandcamp.com

Crédit images

Pixabay

pixabay.com

Conception graphique

Christine Blais

Production des modèles en LaTeX

Nicolas Beauchemin

nicolas.beauchemin@bdeb.qc.ca

Production

Samuel Bernard



Bruno Poellhuber



Vidéo mise à disposition selon les termes de la licence

Creative Commons internationale 4.0

Paternité / Pas d'utilisation commerciale / Partage dans les mêmes conditions

Les autorisations au-delà du champ de cette licence peuvent être obtenues à

Mathema-TIC.ca