

# Procédé de Gram-Schmidt

## Christian Côté

Professeur de mathématique au Cégep régional de Lanaudière à Terrebonne

Chargé de cours au département de mathématiques et de statistique de l'Université de Montréal

[christian.cote@collanaud.qc.ca](mailto:christian.cote@collanaud.qc.ca)



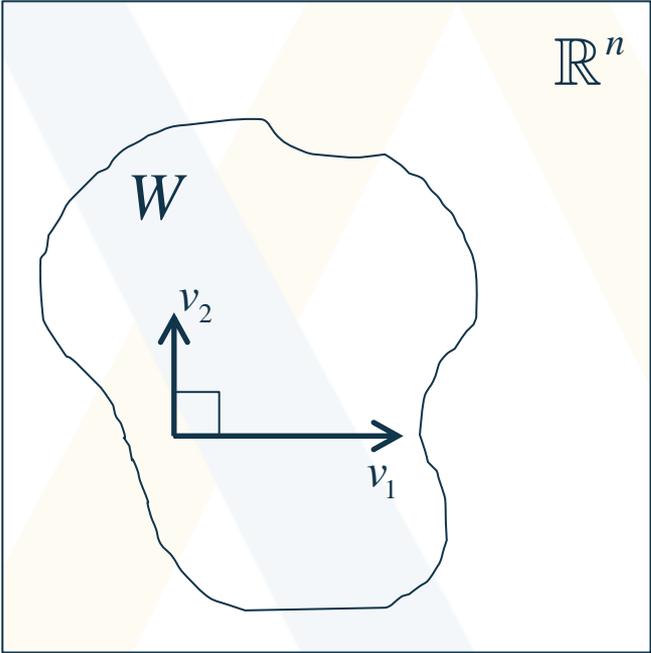
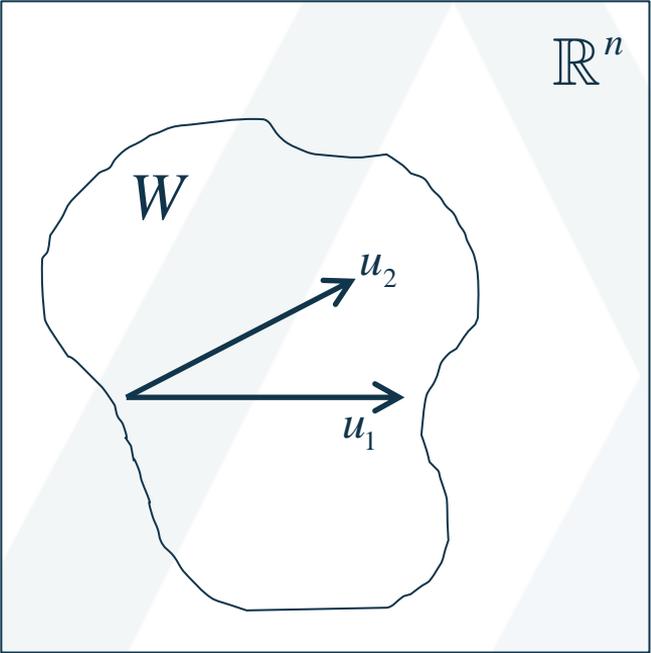
Ressource développée dans le cadre du projet Mathéma-TIC

Financé par le ministère de l'Enseignement supérieur, de la Recherche et de la Science (MESRS)

du Québec dans le cadre du Programme d'arrimage universités-collèges

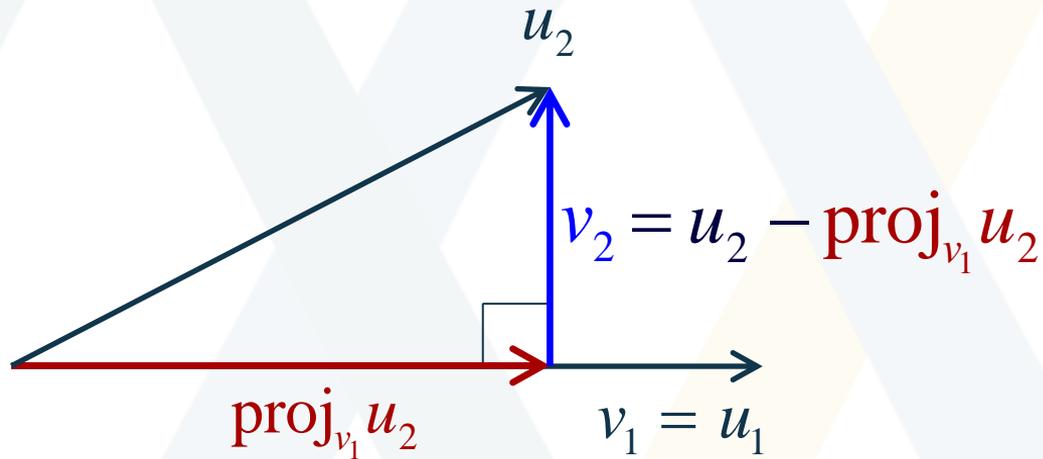
Financé à partir du budget d'intégration pédagogique (Université de Montréal et Syndicat des chargé(e)s de cours)

# Mise en contexte

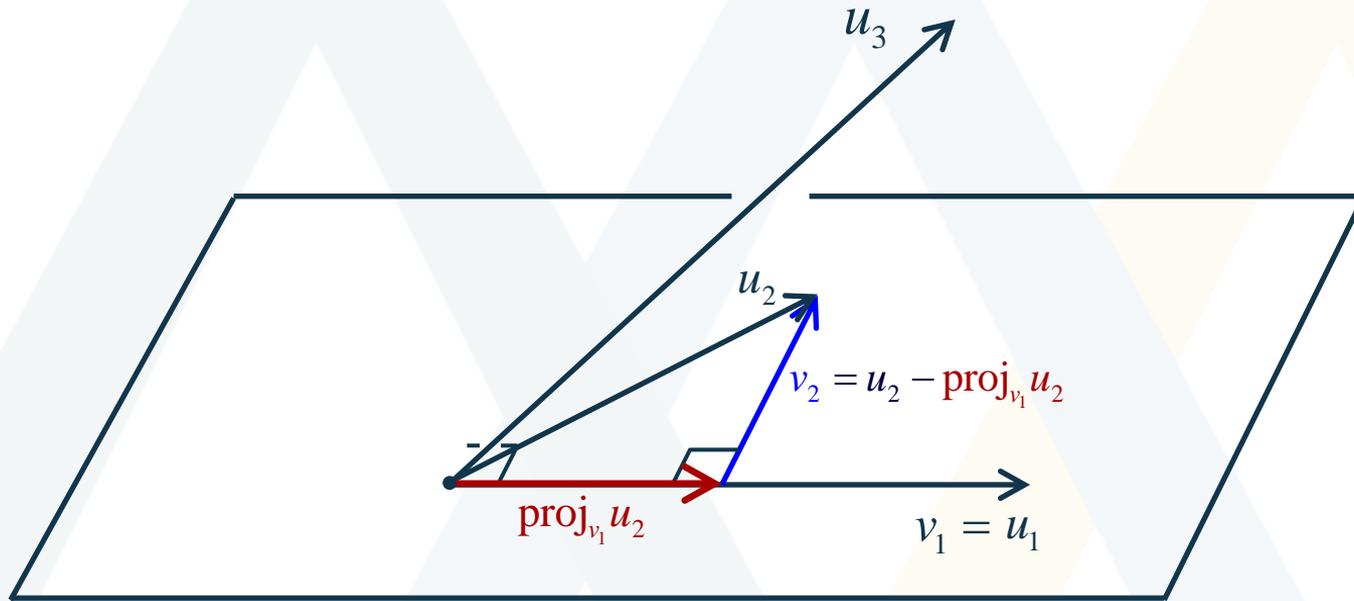


## Exemple 1

$$B = (u_1, u_2) \quad \longrightarrow \quad B' = (v_1, v_2)$$

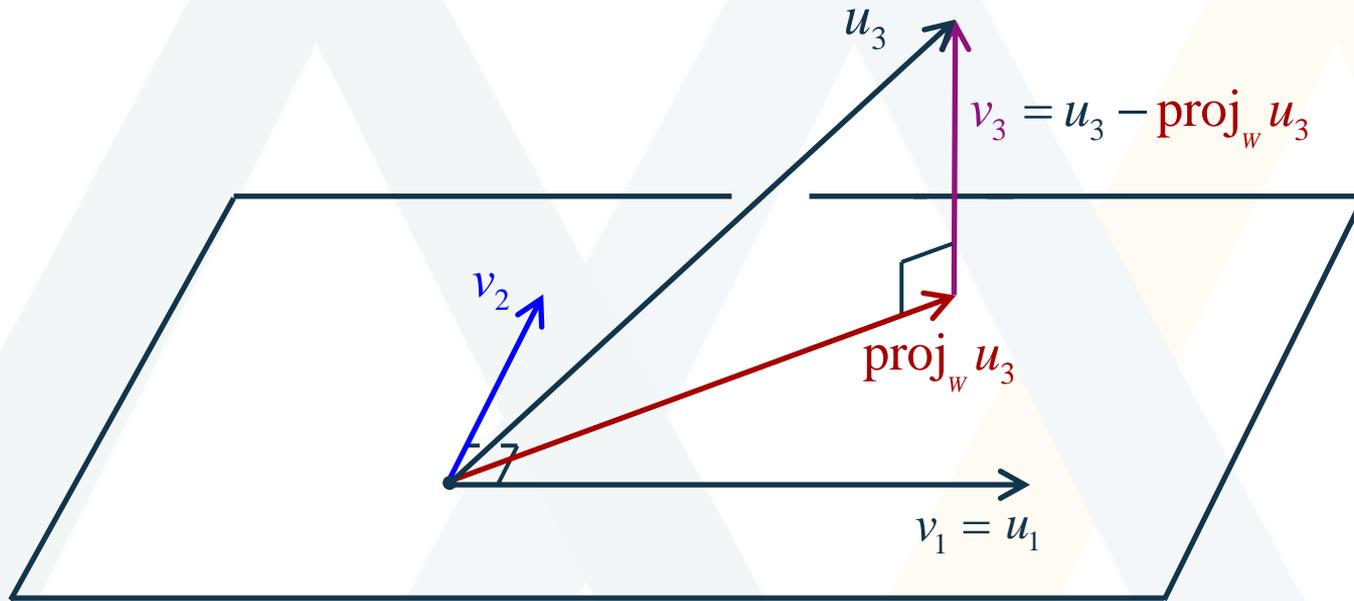


## Exemple 2



$$W = \text{Vect}\{u_1, u_2\} = \text{Vect}\{v_1, v_2\}$$

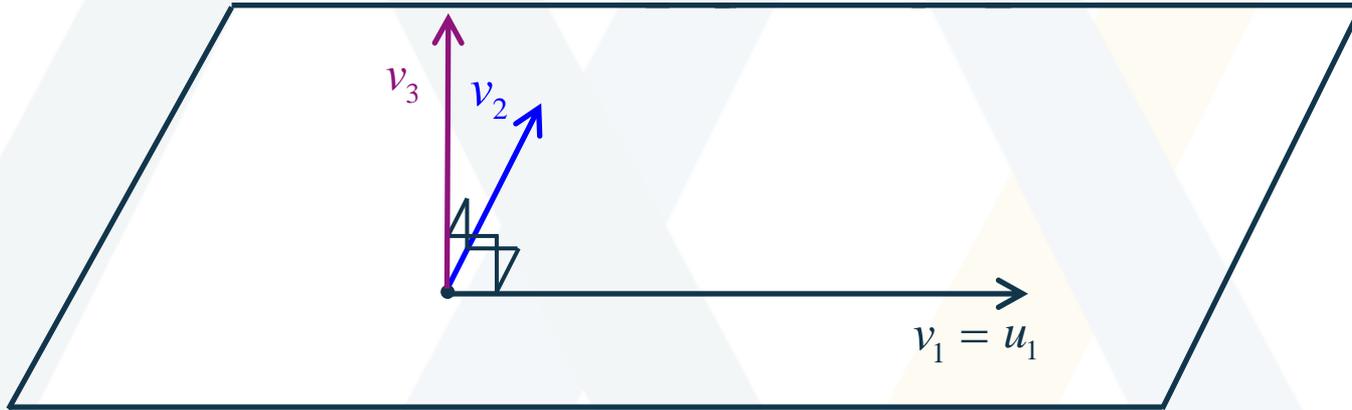
## Exemple 2



$$W = \text{Vect}\{u_1, u_2\} = \text{Vect}\{v_1, v_2\}$$

## Exemple 2

$$B = (u_1, u_2, u_3) \longrightarrow B' = (v_1, v_2, v_3)$$



# Théorème

## Le procédé de Gram-Schmidt

Soit  $(\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_p)$  une base d'un sous-espace vectoriel non vide  $W$  de  $\mathbb{R}^n$ . La famille  $(\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_p)$  définie successivement par

$$\mathbf{v}_1 = \mathbf{u}_1 ;$$

$$\mathbf{v}_2 = \mathbf{u}_2 - \text{proj}_{\mathbf{v}_1} \mathbf{u}_2 ;$$

$$\mathbf{v}_3 = \mathbf{u}_3 - \text{proj}_{\text{Vect}\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2\}} \mathbf{u}_3 ;$$

$$\vdots$$

$$\mathbf{v}_p = \mathbf{u}_p - \text{proj}_{\text{Vect}\{\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_{p-1}\}} \mathbf{u}_p ;$$

est une base orthogonale de  $W$ . De plus, pour  $1 \leq k \leq p$

$$\text{Vect}\{\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_k\} = \text{Vect}\{\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_k\}.$$

## Exemple 3

Trouver une base orthogonale du sous-espace

$$W = \text{Vect}\{(3,1,-1,3), (-5,1,5,-7), (1,1,-2,8)\}$$

# Résumé

- Mise en contexte
- Exemple 1
- Exemple 2
- Théorème – Procédé de Gram-Schmidt
- Exemple 3

Conception du contenu

**Christian Côté**

Cégep régional de Lanaudière à Terrebonne

Université de Montréal

christian.cote@collanaud.qc.ca

Révision du contenu

**Samuel Bernard et Véronique Hussin**

samuel.bernard@collanaud.qc.ca

hussin@dms.umontreal.ca

Direction de projet

**Samuel Bernard  
Bruno Poellhuber**

Postproduction

**Symon Nestoruk**

Musique

**Sébastien Belleudy**

[sebe.bandcamp.com](http://sebe.bandcamp.com)

Conception graphique

**Christine Blais**

Production des modèles en LaTeX

**Nicolas Beauchemin**

[nicolas.beauchemin@bdeb.qc.ca](mailto:nicolas.beauchemin@bdeb.qc.ca)

Production

**Samuel Bernard**



**Bruno Poellhuber**



**Vidéo mise à disposition selon les termes de la licence**

Creative Commons internationale 4.0

Paternité / Pas d'utilisation commerciale / Partage dans les mêmes conditions

Les autorisations au-delà du champ de cette licence peuvent être obtenues à

**Mathema-TIC.ca**