

# Projection orthogonale sur un sous-espace vectoriel

**Christian Côté**

Professeur de mathématique au Cégep régional de Lanaudière à Terrebonne

Chargé de cours au département de mathématiques et de statistique de l'Université de Montréal

[christian.cote@collanaud.qc.ca](mailto:christian.cote@collanaud.qc.ca)



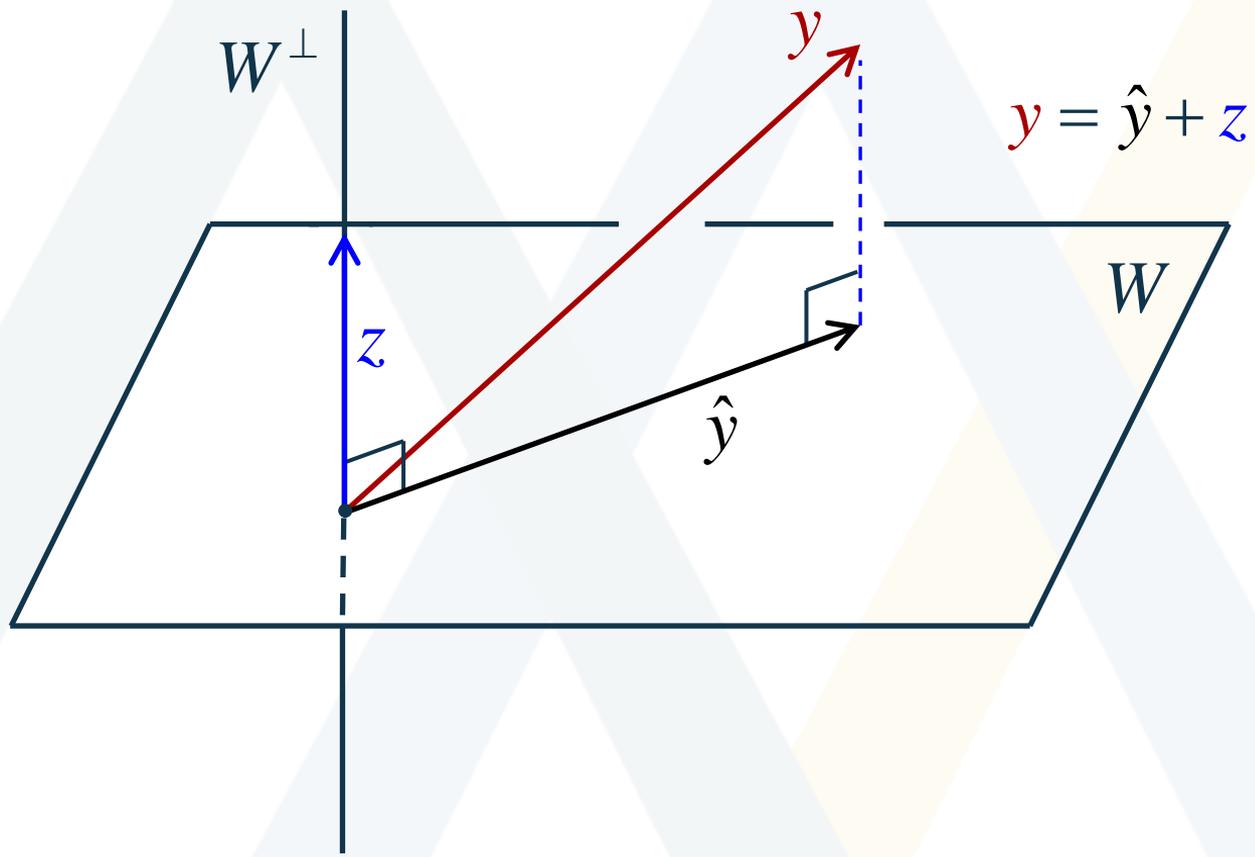
Ressource développée dans le cadre du projet Mathéma-TIC

Financé par le ministère de l'Enseignement supérieur, de la Recherche et de la Science (MESRS)

du Québec dans le cadre du Programme d'arrimage universités-collèges

Financé à partir du budget d'intégration pédagogique (Université de Montréal et Syndicat des chargé(e)s de cours)

# Explication du problème



# Théorème

## Projection orthogonale sur un sous-espace

Soit  $W$  un sous-espace vectoriel de  $\mathbb{R}^n$ . Tout vecteur  $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^n$  s'écrit d'une unique façon sous la forme

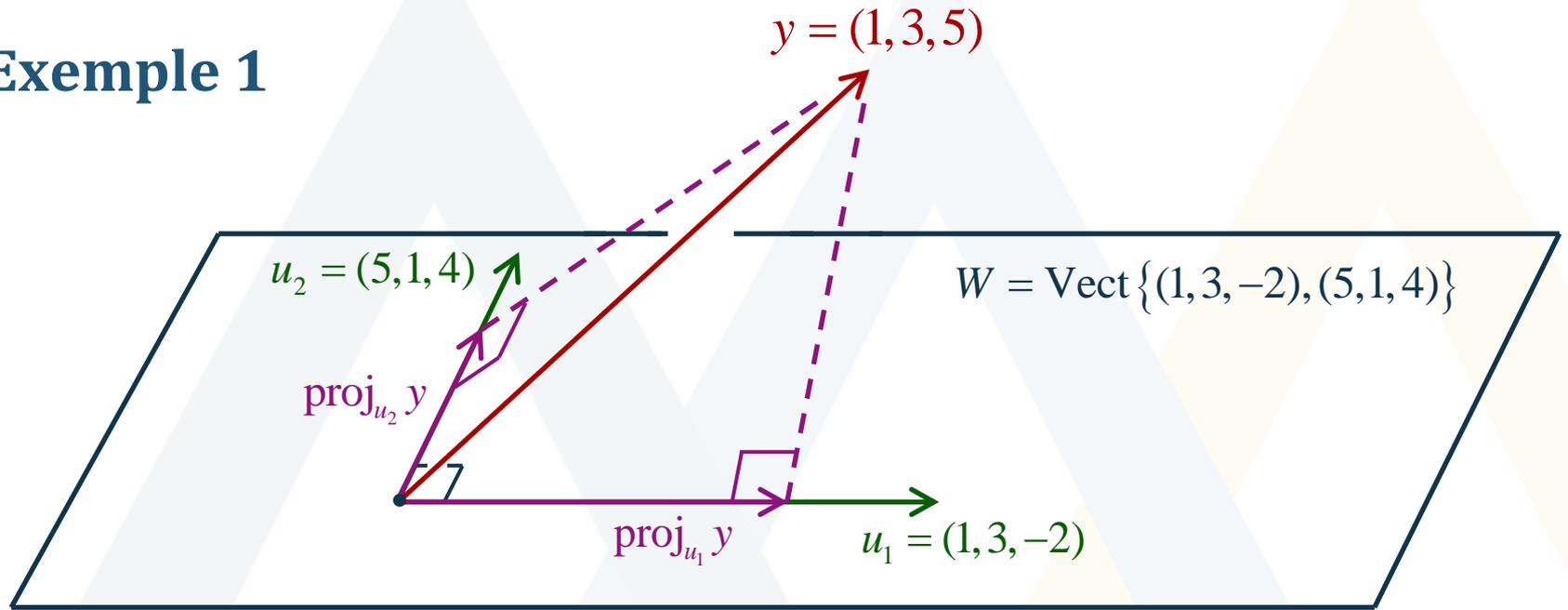
$$\mathbf{y} = \hat{\mathbf{y}} + \mathbf{z} \text{ où } \hat{\mathbf{y}} \in W \text{ et } \mathbf{z} \in W^\perp .$$

De plus, si  $(\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_p)$  est une base orthogonale quelconque de  $W$ , alors

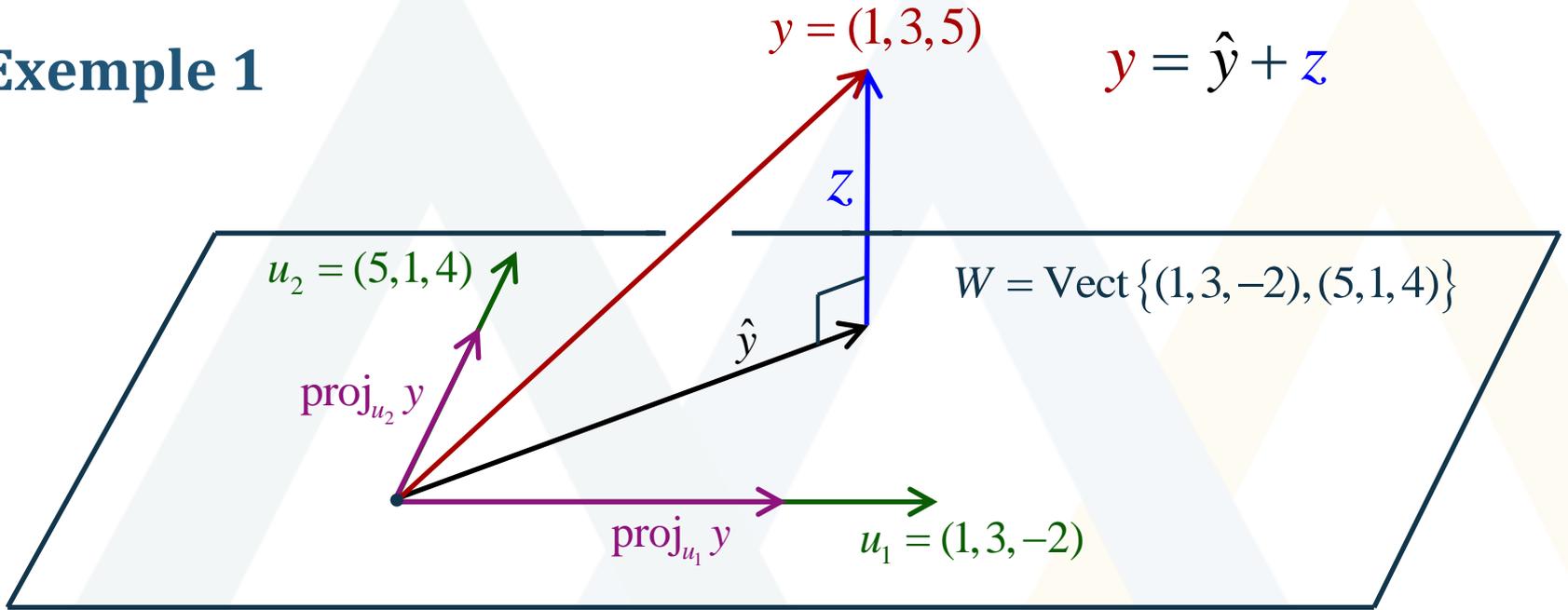
$$\hat{\mathbf{y}} = \text{proj}_{\mathbf{u}_1} \mathbf{y} + \dots + \text{proj}_{\mathbf{u}_p} \mathbf{y} .$$

On note  $\hat{\mathbf{y}} = \text{proj}_W \mathbf{y}$ .

# Exemple 1



# Exemple 1



$$\hat{y} = \text{proj}_{u_1} y + \text{proj}_{u_2} y$$

## Exemple 2

Calculer la projection orthogonale du vecteur  $(4, 3, 3, -1)$  sur le sous-espace  $W = \text{Vect}\{(1, 1, 0, 1), (-1, 3, 1, -2), (-1, 0, 1, 1)\}$ .

# Résumé

- Explication du problème
- Théorème de projection orthogonale
- Exemple 1
- Exemple 2

Conception du contenu

**Christian Côté**

Cégep régional de Lanaudière à Terrebonne

Université de Montréal

christian.cote@collanaud.qc.ca

Révision du contenu

**Samuel Bernard et Véronique Hussin**

samuel.bernard@collanaud.qc.ca

hussin@dms.umontreal.ca

Direction de projet

**Samuel Bernard  
Bruno Poellhuber**

Postproduction

**Julien Lafortune**

Musique

**Sébastien Belleudy**

[sebe.bandcamp.com](http://sebe.bandcamp.com)

Conception graphique

**Christine Blais**

Production des modèles en LaTeX

**Nicolas Beauchemin**

[nicolas.beauchemin@bdeb.qc.ca](mailto:nicolas.beauchemin@bdeb.qc.ca)

Production

**Samuel Bernard**



**Bruno Poellhuber**



**Vidéo mise à disposition selon les termes de la licence**

Creative Commons internationale 4.0

Paternité / Pas d'utilisation commerciale / Partage dans les mêmes conditions

Les autorisations au-delà du champ de cette licence peuvent être obtenues à

**Mathema-TIC.ca**