

Sous-espace orthogonal dans \mathbb{R}^n

Christian Côté

Professeur de mathématique au Cégep régional de Lanaudière à Terrebonne

Chargé de cours au département de mathématiques et de statistique de l'Université de Montréal

christian.cote@collanaud.qc.ca



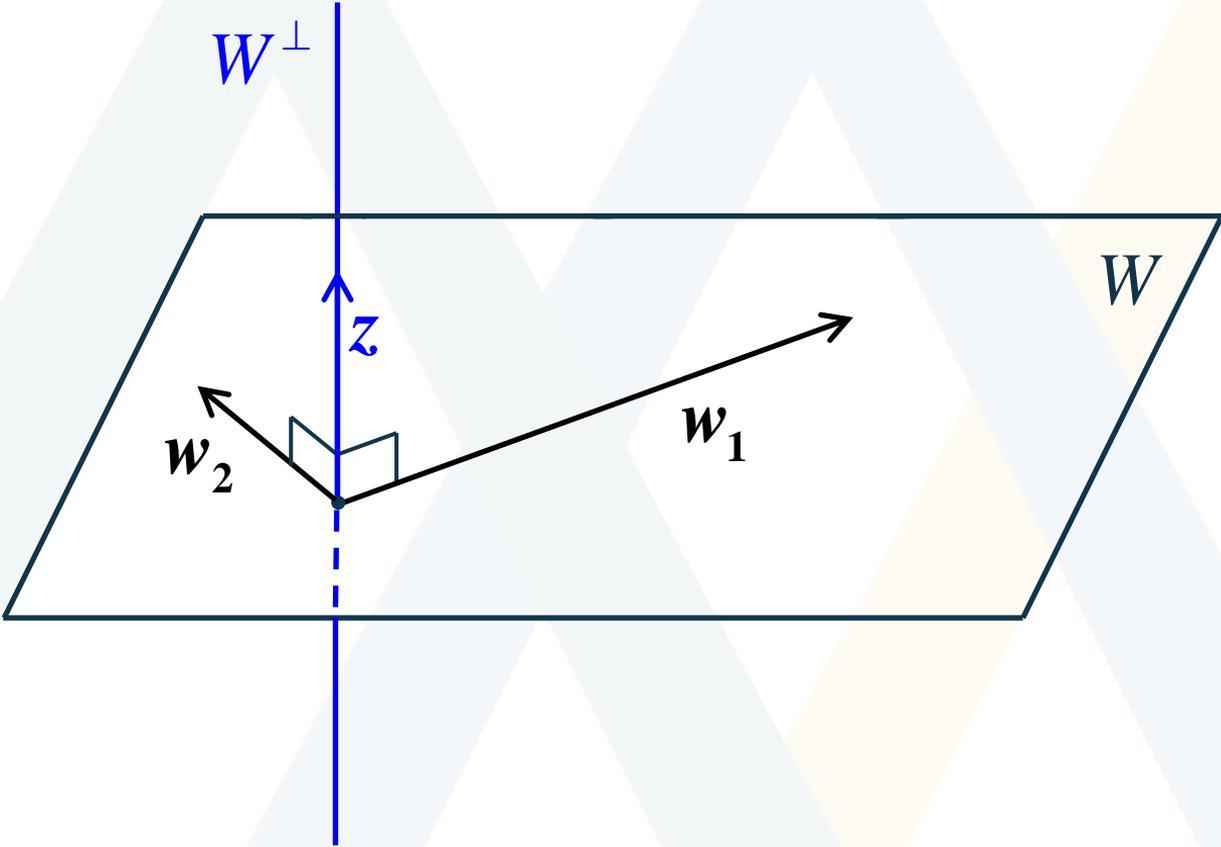
Ressource développée dans le cadre du projet Mathéma-TIC

Financé par le ministère de l'Enseignement supérieur, de la Recherche et de la Science (MESRS)

du Québec dans le cadre du Programme d'arrimage universités-collèges

Financé à partir du budget d'intégration pédagogique (Université de Montréal et Syndicat des chargé(e)s de cours)

Mise en contexte



Définition

Sous-ensemble orthogonal

Soit W un sous-ensemble de \mathbb{R}^n . L'ensemble des vecteurs orthogonaux à tous les vecteurs de W est appelé le sous-ensemble orthogonal de W . Il est noté

$$W^\perp = \{v \in \mathbb{R}^n \mid \forall w \in W \ v \perp w\} = \{v \in \mathbb{R}^n \mid \forall w \in W \ v \cdot w = 0\}.$$

Exemple 1

Décrire l'ensemble W^\perp , si $W = \{(1,2,0), (3,1,4)\}$.

Théorème

Sous-espace orthogonal

Soit W un sous-ensemble de \mathbb{R}^n . Alors W^\perp est un sous-espace vectoriel.

Preuve

Théorème

Description d'un sous-espace orthogonal

Un vecteur appartient à W^\perp si et seulement si il est orthogonal à tous les vecteurs d'une famille génératrice de W .

Preuve

Exemple 2

Décrire $\text{Im}(A)^\perp$, où $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 0 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Théorème

Sous-espace orthogonal de l'espace ligne et de l'image

Soit A une matrice $m \times n$, alors

$$\text{Lgn}(A)^\perp = \ker(A) \quad \text{et} \quad \text{Im}(A)^\perp = \ker(A^T).$$

Preuve

Résumé

- Mise en contexte
- Définition de W^\perp
- Exemple 1
- Théorème : W^\perp est un sous-espace
- Théorème : Description de W^\perp
- Exemple 2
- Théorème : Sous-espace orthogonal de l'espace ligne et de l'image

Conception du contenu

Christian Côté

Cégep régional de Lanaudière à Terrebonne

Université de Montréal

christian.cote@collanaud.qc.ca

Révision du contenu

Samuel Bernard et Véronique Hussin

samuel.bernard@collanaud.qc.ca

hussin@dms.umontreal.ca

Direction de projet

**Samuel Bernard
Bruno Poellhuber**

Postproduction

Symon Nestoruk

Musique

Sébastien Belleudy

sebe.bandcamp.com

Conception graphique

Christine Blais

Production des modèles en LaTeX

Nicolas Beauchemin

nicolas.beauchemin@bdeb.qc.ca

Production

Samuel Bernard



Bruno Poellhuber



Vidéo mise à disposition selon les termes de la licence

Creative Commons internationale 4.0

Paternité / Pas d'utilisation commerciale / Partage dans les mêmes conditions

Les autorisations au-delà du champ de cette licence peuvent être obtenues à

Mathema-TIC.ca