

# Propriétés de la norme

## Christian Côté

Professeur de mathématique au Cégep régional de Lanaudière à Terrebonne

Chargé de cours au département de mathématiques et de statistique de l'Université de Montréal

[christian.cote@collanaud.qc.ca](mailto:christian.cote@collanaud.qc.ca)



Ressource développée dans le cadre du projet Mathéma-TIC

Financé par le ministère de l'Enseignement supérieur, de la Recherche et de la Science (MESRS)

du Québec dans le cadre du Programme d'arrimage universités-collèges

Financé à partir du budget d'intégration pédagogique (Université de Montréal et Syndicat des chargé(e)s de cours)

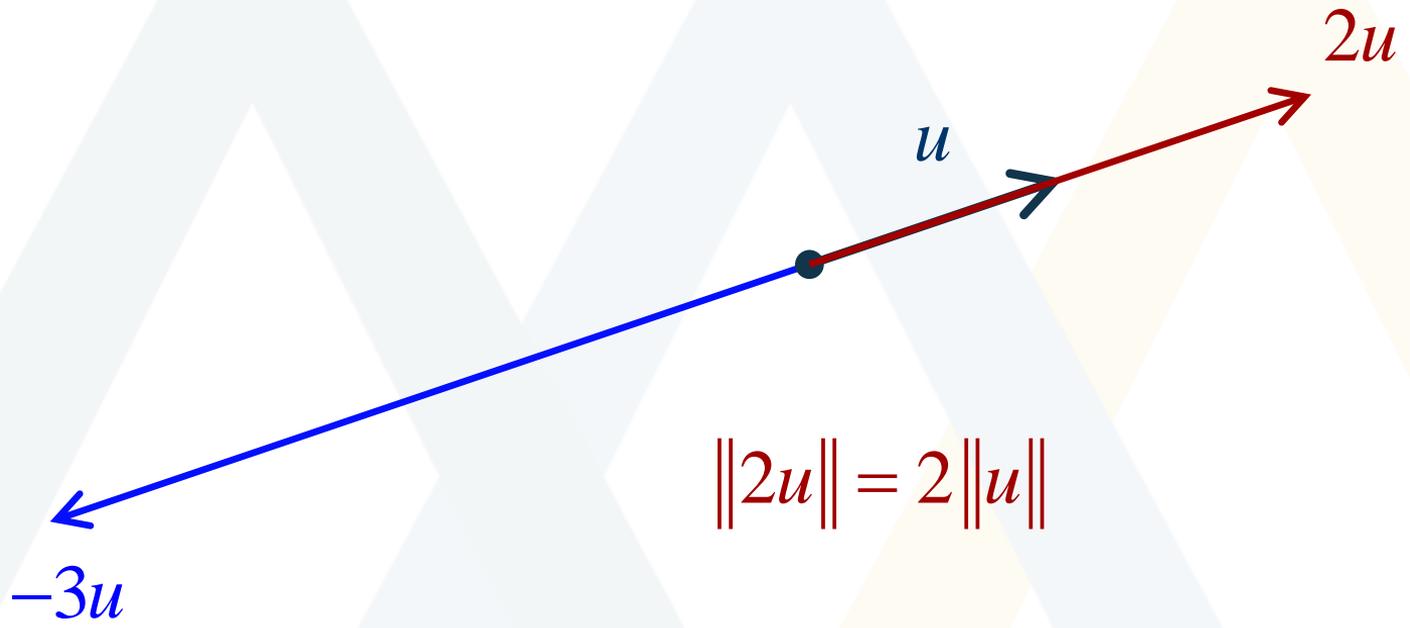
# Proposition

## Propriétés de la norme

Soit  $\mathbf{u}$  et  $\mathbf{v}$  deux vecteurs de  $\mathbb{R}^n$  et  $c$  un nombre réel. Alors :

1.  $\|\mathbf{u}\| = 0 \Leftrightarrow \mathbf{u} = \mathbf{0}$  ;
2.  $\|c\mathbf{u}\| =$
- 3.

## Expérimentation pour la propriété 2



$$\|2u\| = 2\|u\|$$

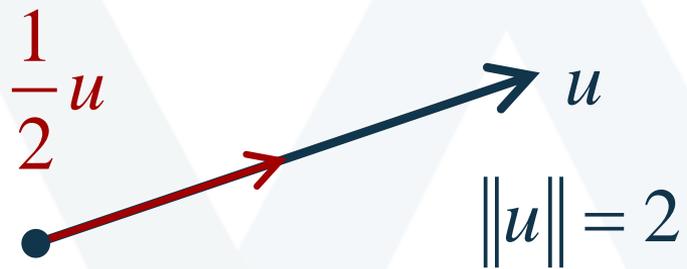
$$\|-3u\| = 3\|u\|$$

# Preuve

## Propriété 2 de la norme

2.  $\|cu\| =$

## Fait utile



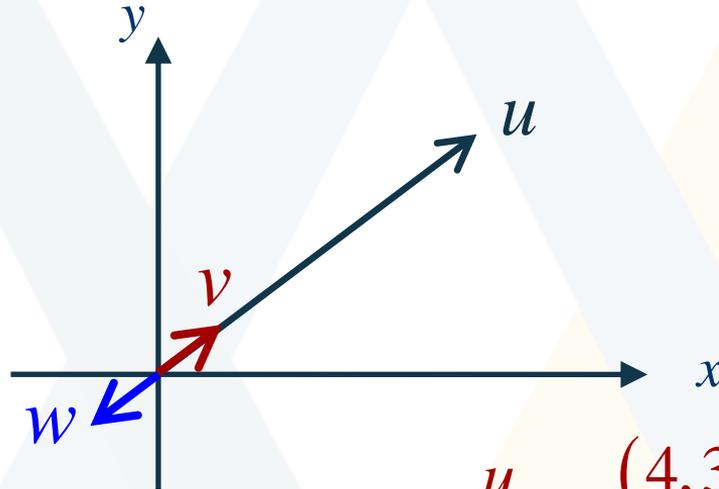
## Fait utile

$$\frac{u}{\|u\|} = \frac{1}{\|u\|} u$$



## Exemple

Trouver deux vecteurs unitaires ayant la même direction que le vecteur  $(4,3)$ .



$$w = \frac{u}{\|u\|} = \left( \frac{-4}{5}, \frac{-3}{5} \right)$$

$$v = \frac{u}{\|u\|} = \frac{(4,3)}{5} = \left( \frac{4}{5}, \frac{3}{5} \right)$$

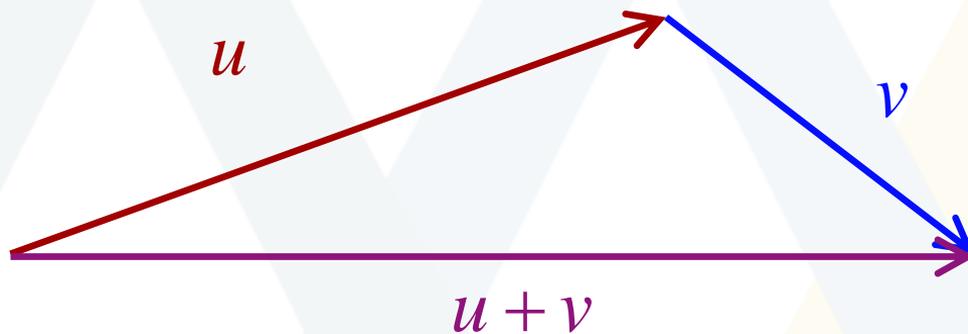
# Proposition

## Propriétés de la norme

Soit  $\mathbf{u}$  et  $\mathbf{v}$  deux vecteurs de  $\mathbb{R}^n$  et  $c$  un nombre réel. Alors :

1.  $\|\mathbf{u}\| = 0 \Leftrightarrow \mathbf{u} = \mathbf{0}$  ;
2.  $\|c\mathbf{u}\| = |c|\|\mathbf{u}\|$  ;
3.  $\|\mathbf{u} + \mathbf{v}\| \leq \|\mathbf{u}\| + \|\mathbf{v}\|$  .

## Visualisation de la propriété 3



$$\|u + v\| \leq \|u\| + \|v\|$$

# Preuve

## Propriété 3 de la norme

3.  $\|u + v\| \leq \|u\| + \|v\|$

# Résumé

- Propriété 1 de la norme :  $\|\mathbf{u}\| = 0 \Leftrightarrow \mathbf{u} = \mathbf{0}$
- Propriété 2 de la norme :  $\|c\mathbf{u}\| = |c|\|\mathbf{u}\|$
- Fait utile
- Exemple
- Propriété 3 de la norme :  $\|\mathbf{u} + \mathbf{v}\| \leq \|\mathbf{u}\| + \|\mathbf{v}\|$

Conception du contenu

**Christian Côté**

Cégep régional de Lanaudière à Terrebonne

Université de Montréal

christian.cote@collanaud.qc.ca

Révision du contenu

**Samuel Bernard et Véronique Hussin**

samuel.bernard@collanaud.qc.ca

hussin@dms.umontreal.ca

Direction de projet

**Samuel Bernard  
Bruno Poellhuber**

Postproduction

**Julien Lafortune**

Musique

**Sébastien Belleudy**

[sebe.bandcamp.com](http://sebe.bandcamp.com)

Conception graphique

**Christine Blais**

Production des modèles en LaTeX

**Nicolas Beauchemin**

[nicolas.beauchemin@bdeb.qc.ca](mailto:nicolas.beauchemin@bdeb.qc.ca)

Production

**Samuel Bernard**



**Bruno Poellhuber**



**Vidéo mise à disposition selon les termes de la licence**

Creative Commons internationale 4.0

Paternité / Pas d'utilisation commerciale / Partage dans les mêmes conditions

Les autorisations au-delà du champ de cette licence peuvent être obtenues à

**Mathema-TIC.ca**