

# Surjectivité

## Christian Côté

Professeur de mathématique au Cégep régional de Lanaudière à Terrebonne

Chargé de cours au département de mathématiques et de statistique de l'Université de Montréal

[christian.cote@collanaud.qc.ca](mailto:christian.cote@collanaud.qc.ca)



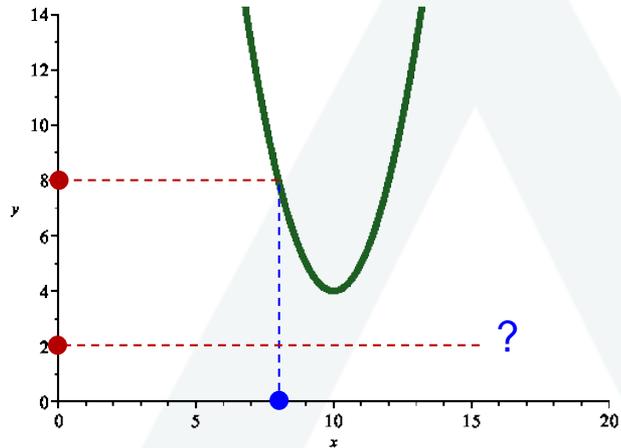
Ressource développée dans le cadre du projet Mathéma-TIC

Financé par le ministère de l'Enseignement supérieur, de la Recherche et de la Science (MESRS)

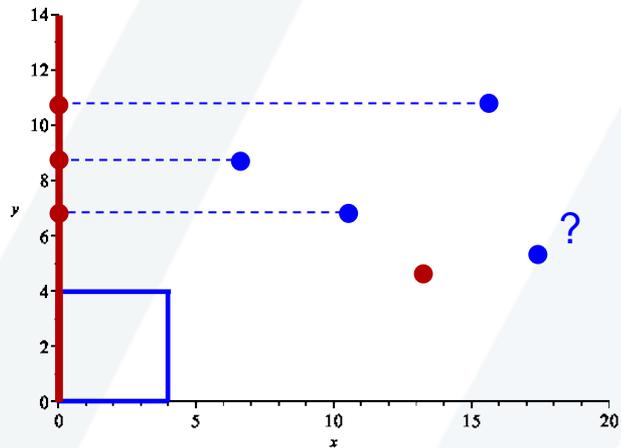
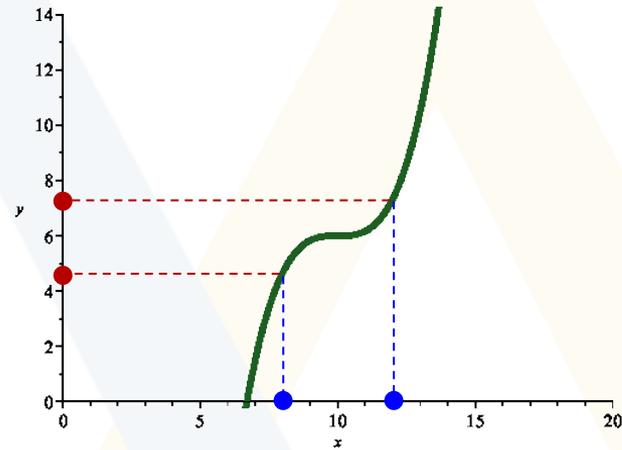
du Québec dans le cadre du Programme d'arrimage universités-collèges

Financé à partir du budget d'intégration pédagogique (Université de Montréal et Syndicat des chargé(e)s de cours)

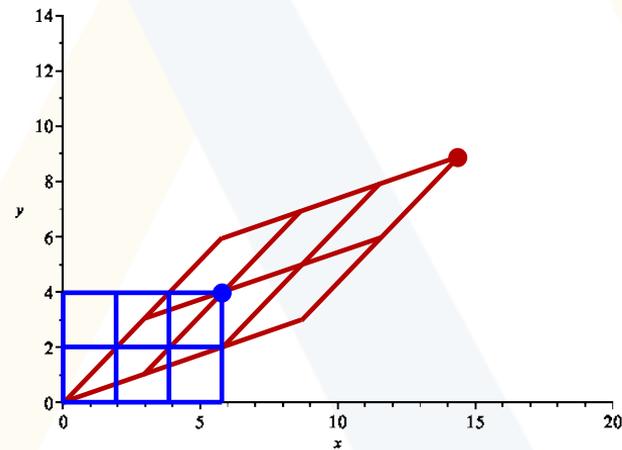
# Mise en contexte



$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$



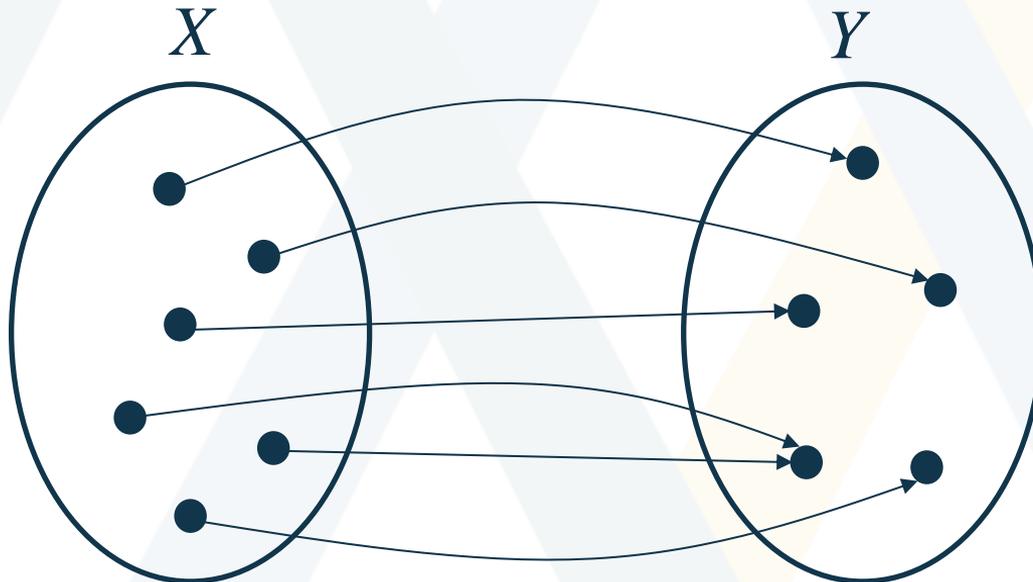
$$T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$$



# Définition

## Fonction surjective

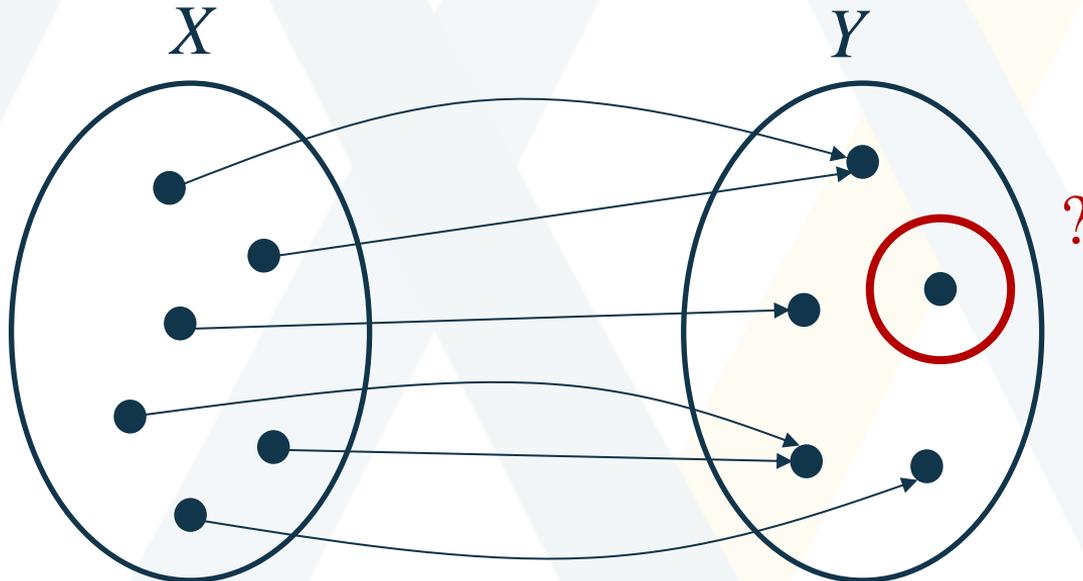
Soit  $f: X \rightarrow Y$  une fonction. On dit que  $f$  est **surjective** si pour tout  $y \in Y$ , il existe  $x \in X$  tel que  $f(x) = y$ .



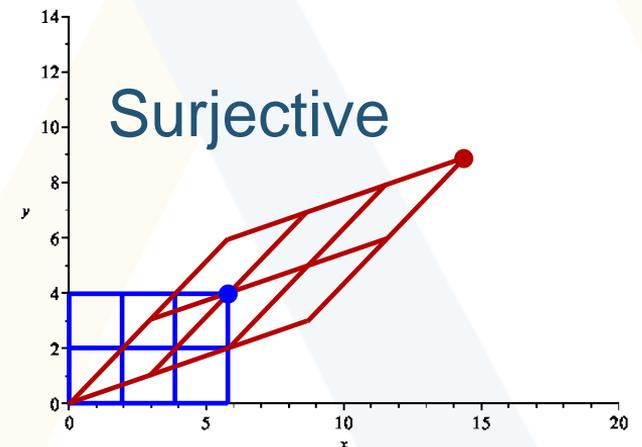
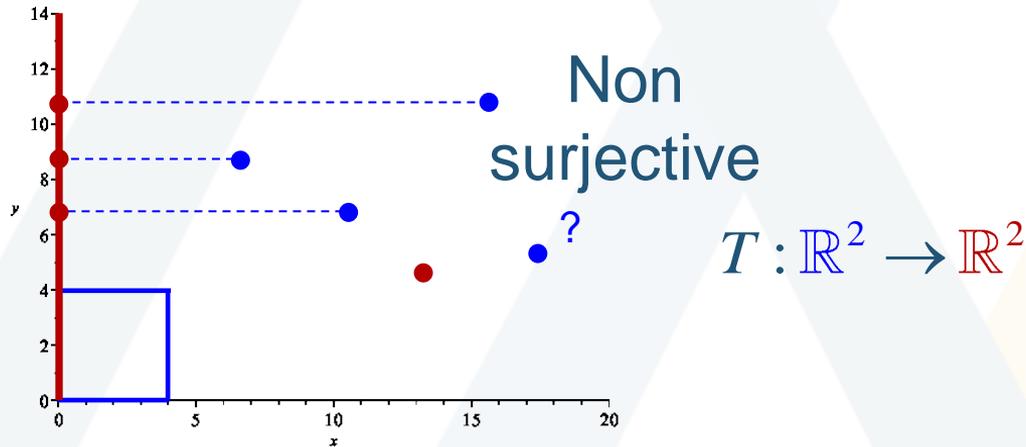
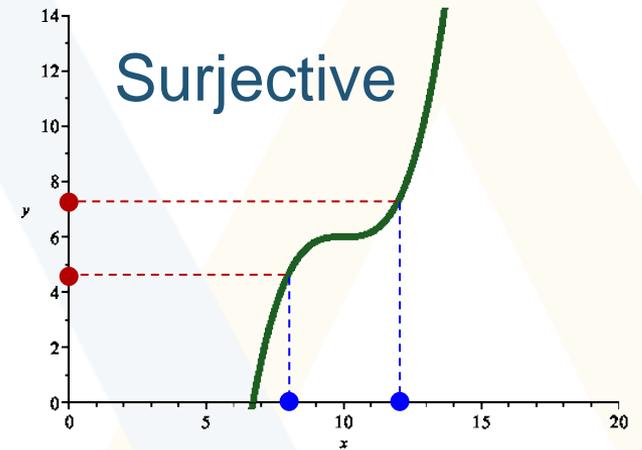
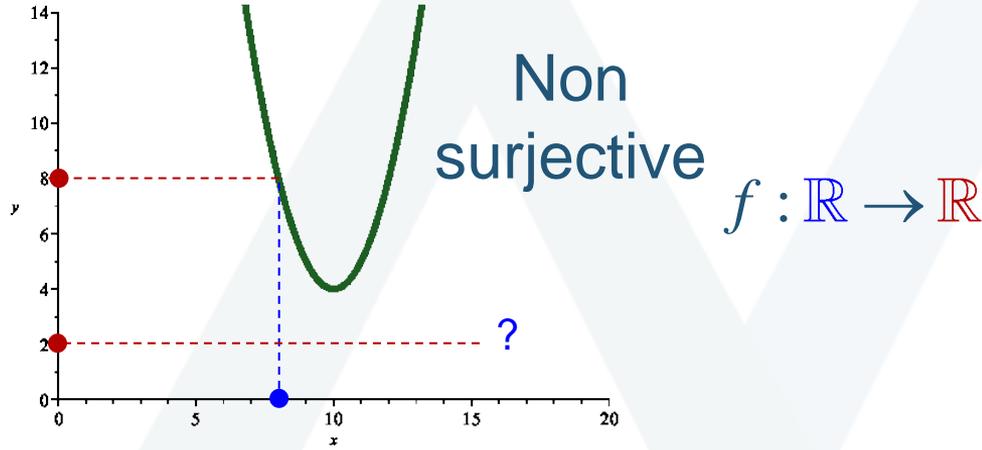
# Définition

## Fonction surjective

Soit  $f: X \rightarrow Y$  une fonction. On dit que  $f$  est **surjective** si pour tout  $y \in Y$ , il existe  $x \in X$  tel que  $f(x) = y$ .



# Illustration de la définition



## Exemple 1

Dire si la fonction  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2$  est surjective.

## Exemple 2

Dire si la fonction  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^3$  est surjective.

## Exemple 3

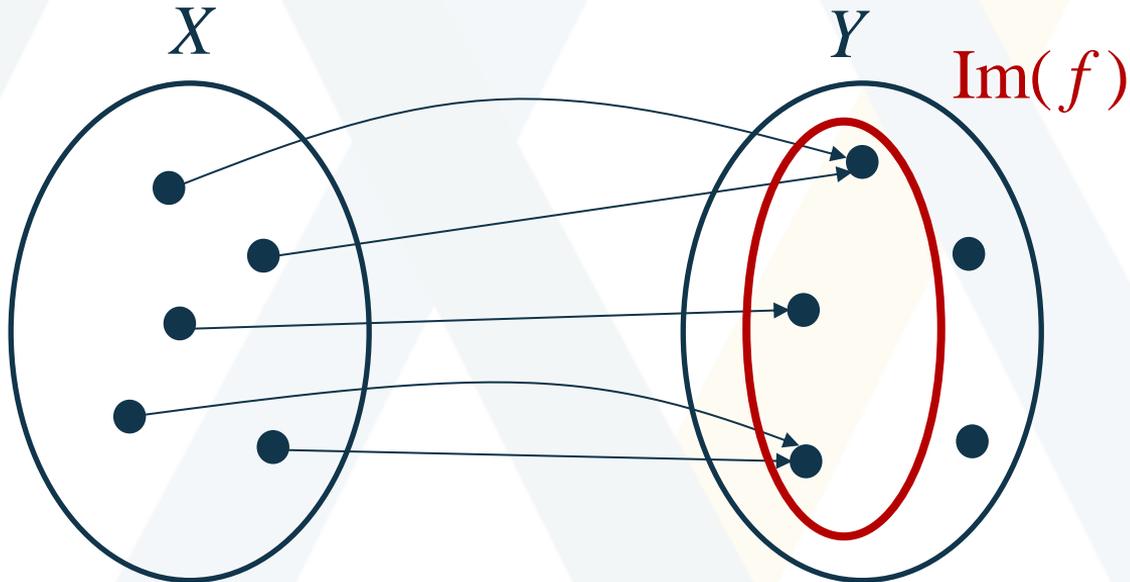
Dire si la fonction  $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, T(\mathbf{u}) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \mathbf{u}$  est surjective.

# Définition

## Image d'une fonction

Soit  $f: X \rightarrow Y$  une fonction. L'image de  $f$ , noté  $\text{Im}(f)$ , est l'ensemble

$$\text{Im}(f) = \{f(x) \mid x \in X\} \subseteq Y.$$



## Exemple 4

Trouver l'image de la transformation  $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, T(\mathbf{u}) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \mathbf{u}$ .

## Exemple 5

Trouver l'image de la transformation  $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3, T(\mathbf{u}) = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 7 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \mathbf{u}$ .

# Théorème

## Surjectivité d'une fonction

Soit  $f: X \rightarrow Y$  une fonction.

$f$  est surjective  $\Leftrightarrow \text{Im}(f) = Y$ .

## Exemple 6

Dire si la transformation  $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $T(\mathbf{u}) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \mathbf{u}$  est surjective.

## Exemple 7

Dire si la transformation  $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3, T(\mathbf{u}) = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 7 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \mathbf{u}$  est surjective.

# Résumé

- $f: X \rightarrow Y$  est surjective si pour tout  $y \in Y$ , il existe  $x \in X$  tel que  $f(x) = y$ .
- $f: X \rightarrow Y, \text{Im}(f) = \{f(x) | x \in X\} \subseteq Y$ .
- $f: X \rightarrow Y, f$  est surjective  $\Leftrightarrow \text{Im}(f) = Y$ .

Conception du contenu

**Christian Côté**

Cégep régional de Lanaudière à Terrebonne

[christian.cote@collanaud.qc.ca](mailto:christian.cote@collanaud.qc.ca)

Révision du contenu

**Samuel Bernard**

[samuel.bernard@collanaud.qc.ca](mailto:samuel.bernard@collanaud.qc.ca)

Direction de projet

**Samuel Bernard**

**Bruno Poellhuber**

Postproduction

**Symon Nestoruk**

Musique

**Sébastien Belleudy**

[sebe.bandcamp.com](http://sebe.bandcamp.com)

Conception graphique

**Christine Blais**

Production des modèles en LaTeX

**Nicolas Beauchemin**

[nicolas.beauchemin@bdeb.qc.ca](mailto:nicolas.beauchemin@bdeb.qc.ca)

Production

**Samuel Bernard**



**Bruno Poellhuber**



**Vidéo mise à disposition selon les termes de la licence**

Creative Commons internationale 4.0

Paternité / Pas d'utilisation commerciale / Partage dans les mêmes conditions

Les autorisations au-delà du champ de cette licence peuvent être obtenues à

**Mathema-TIC.ca**