

Étirements et homothéties dans le plan

Christian Côté

Professeur de mathématique au Cégep régional de Lanaudière à Terrebonne

Chargé de cours au département de mathématiques et de statistique de l'Université de Montréal

christian.cote@collanaud.qc.ca

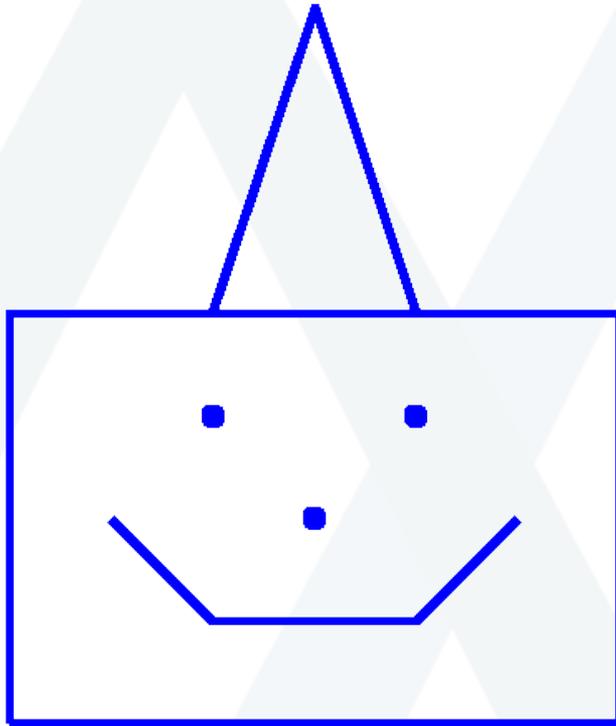


Ressource développée dans le cadre du projet Mathéma-TIC

Financé par le ministère de l'Enseignement supérieur, de la Recherche et de la Science (MESRS)

du Québec dans le cadre du Programme d'arrimage universités-collèges

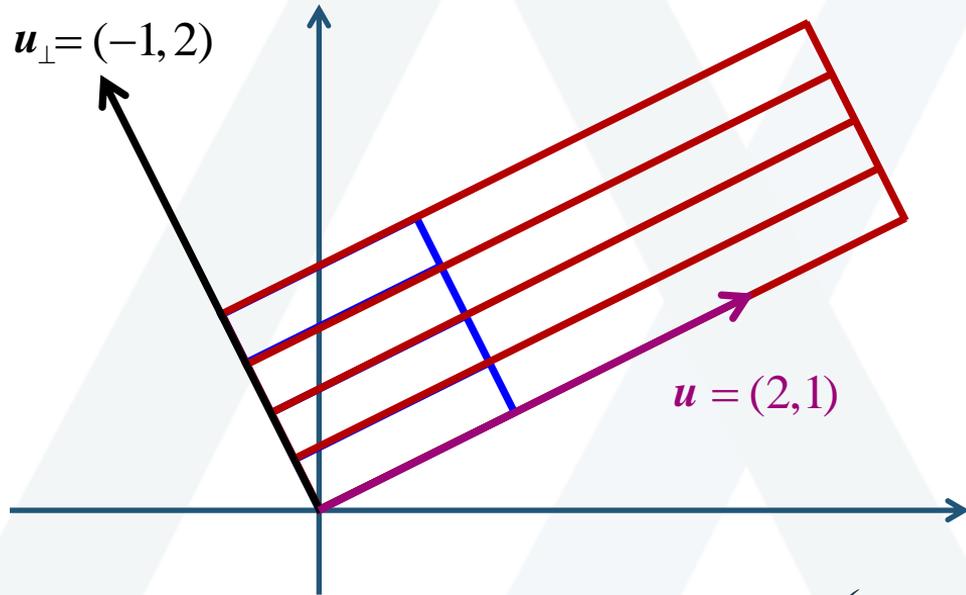
Mise en contexte



$$T(\mathbf{u}) = A\mathbf{u}$$

$$A = \begin{pmatrix} ? & ? \\ ? & ? \end{pmatrix}$$

Étirement de facteur k dans la direction u



1. $Au = ku$

$$A \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

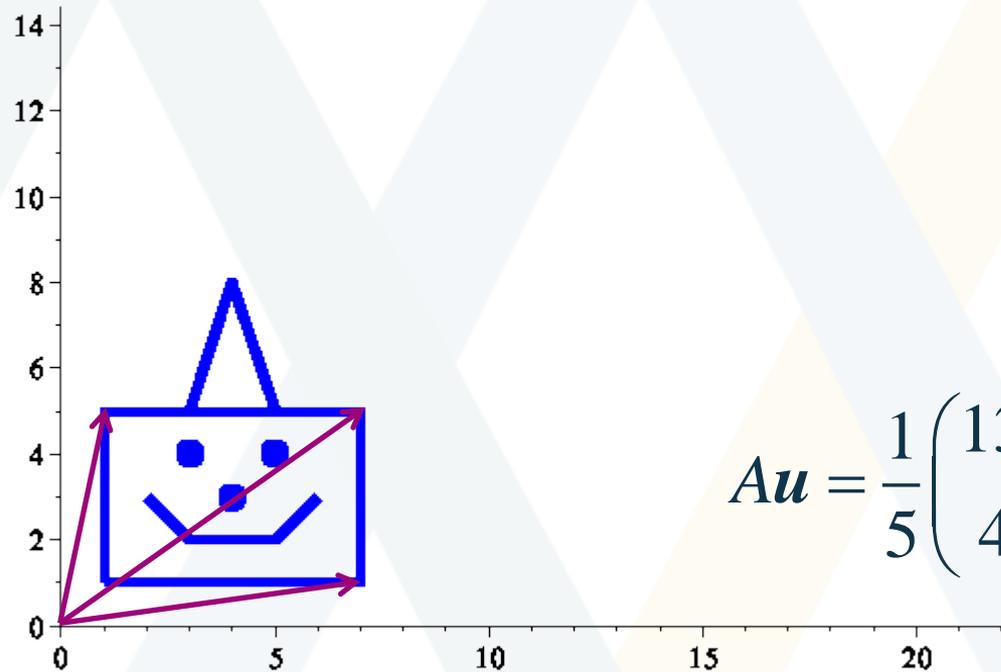
2. $Au_{\perp} = u_{\perp}$

$$A \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$A \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

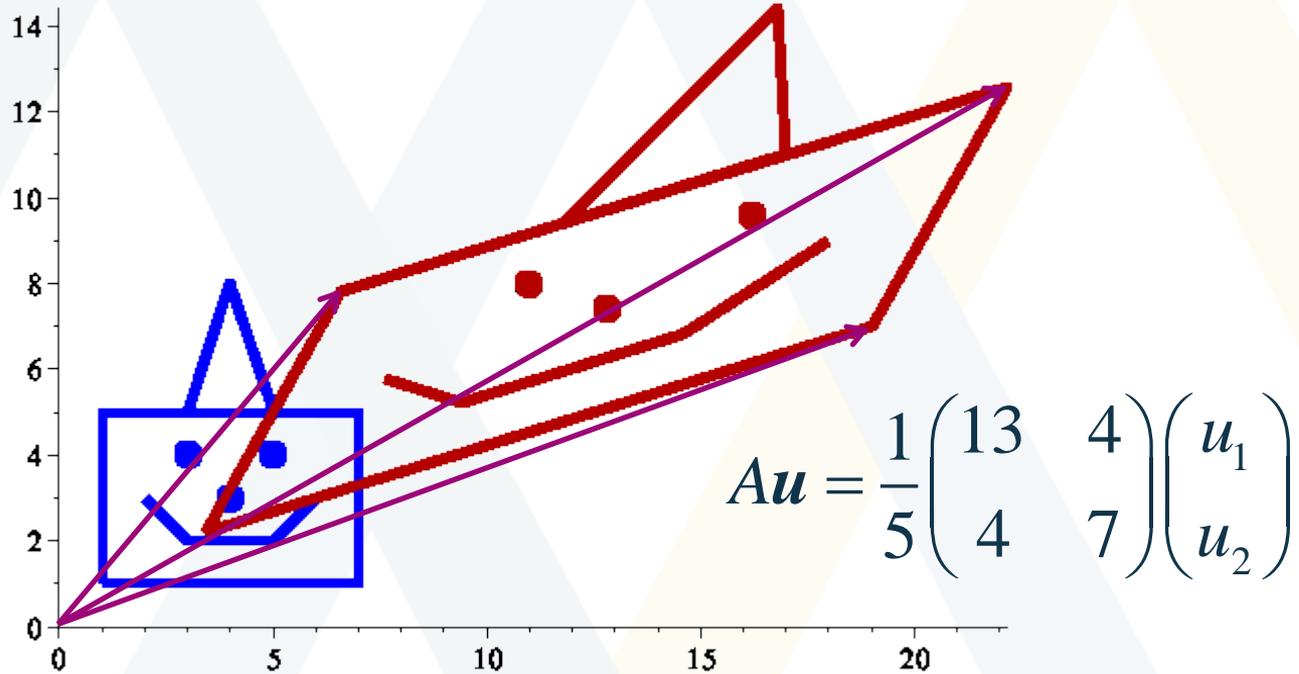
$$A = \begin{pmatrix} 6 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 13 & 4 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}$$

Étirement de facteur 3 dans la direction $(2, 1)$

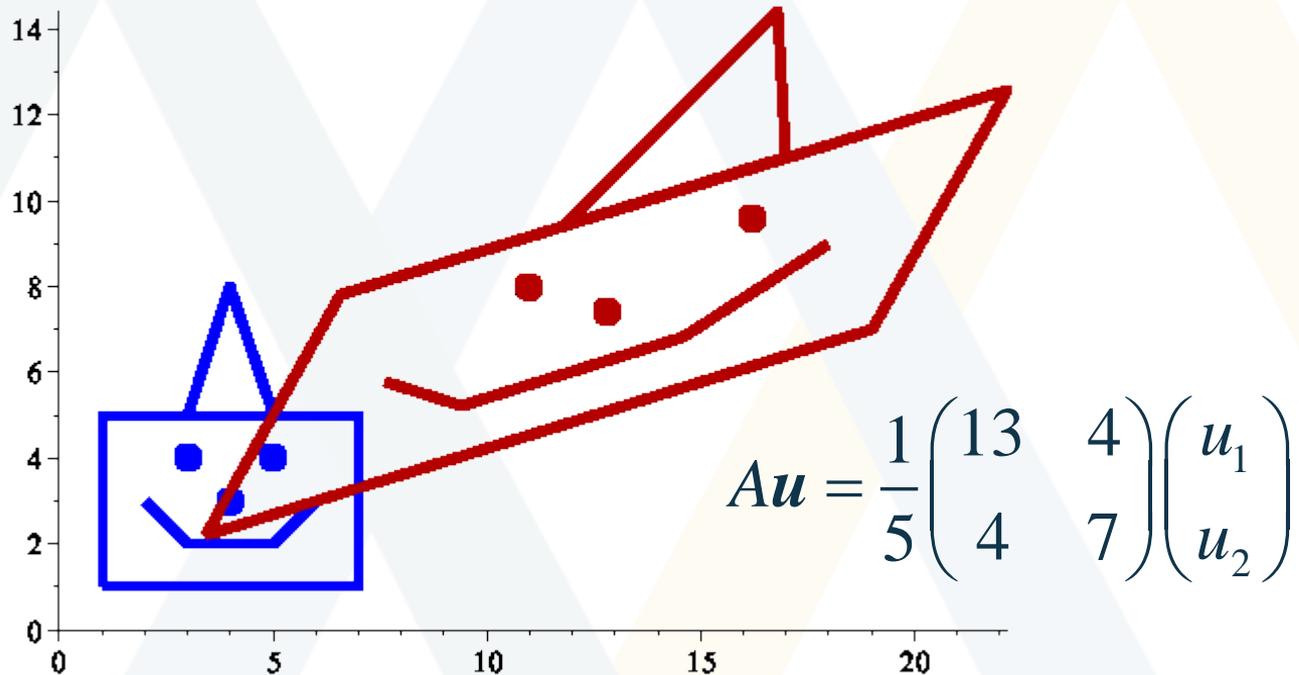


$$A\mathbf{u} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 13 & 4 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$$

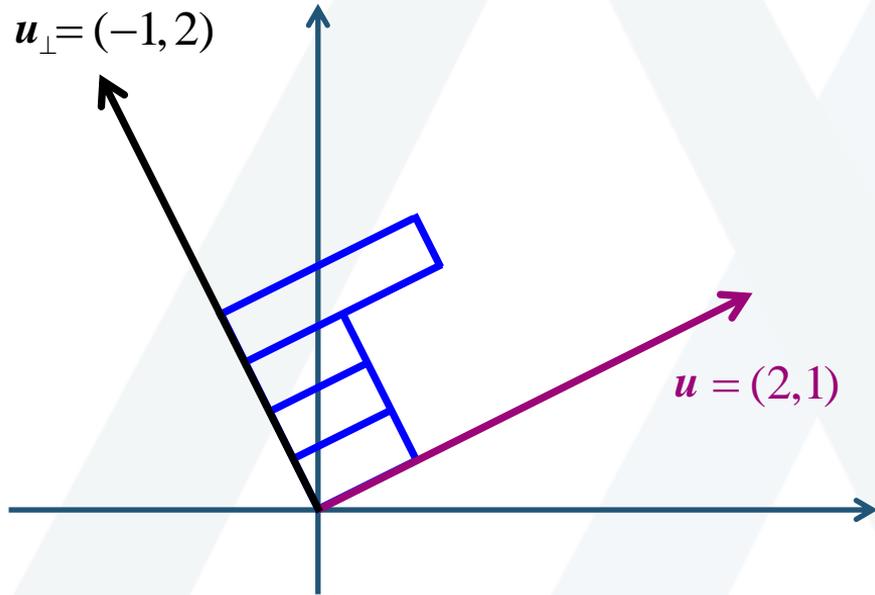
Étirement de facteur 3 dans la direction (2, 1)



Étirement de facteur 3 dans la direction (2, 1)

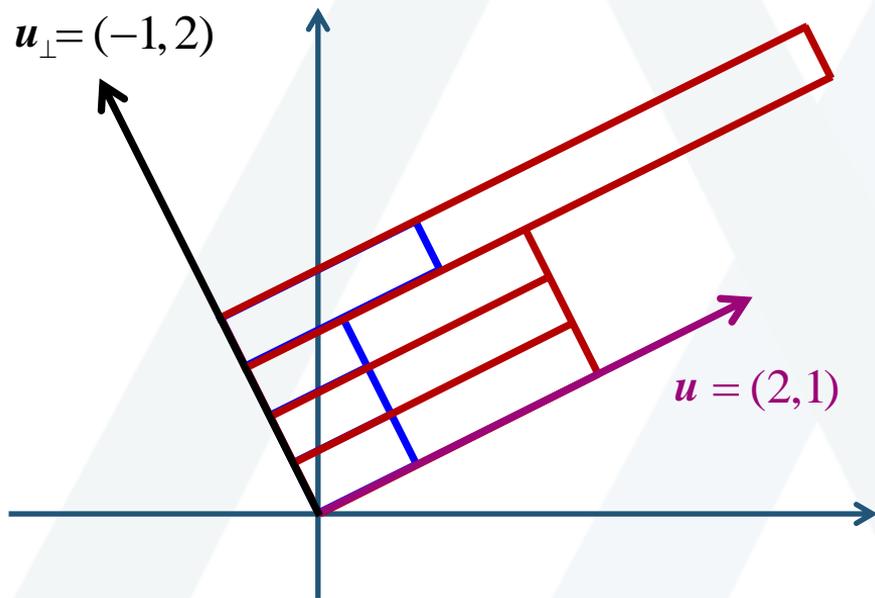


Étirement de facteur k dans la direction u – Résumé



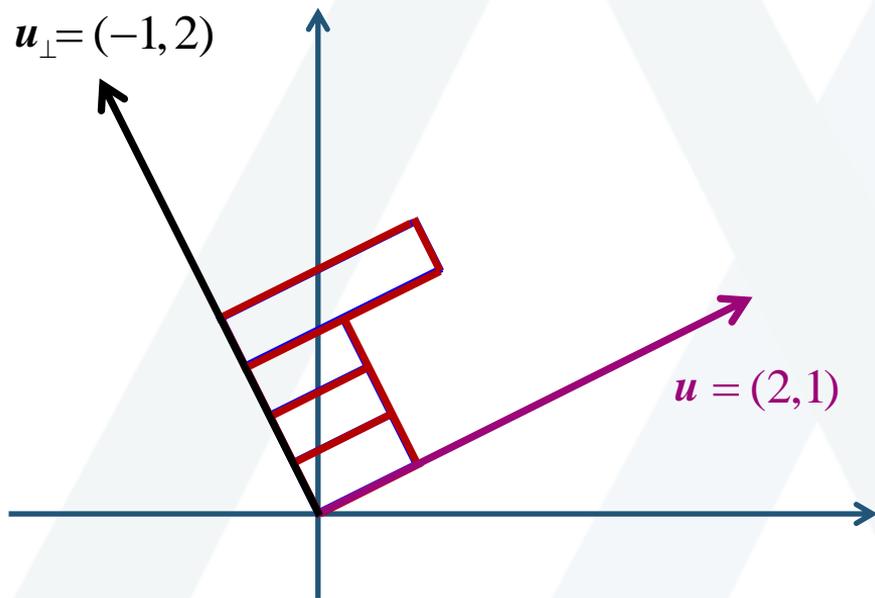
Étirement de facteur k dans la direction u – Résumé

- $k > 1$, dilatation



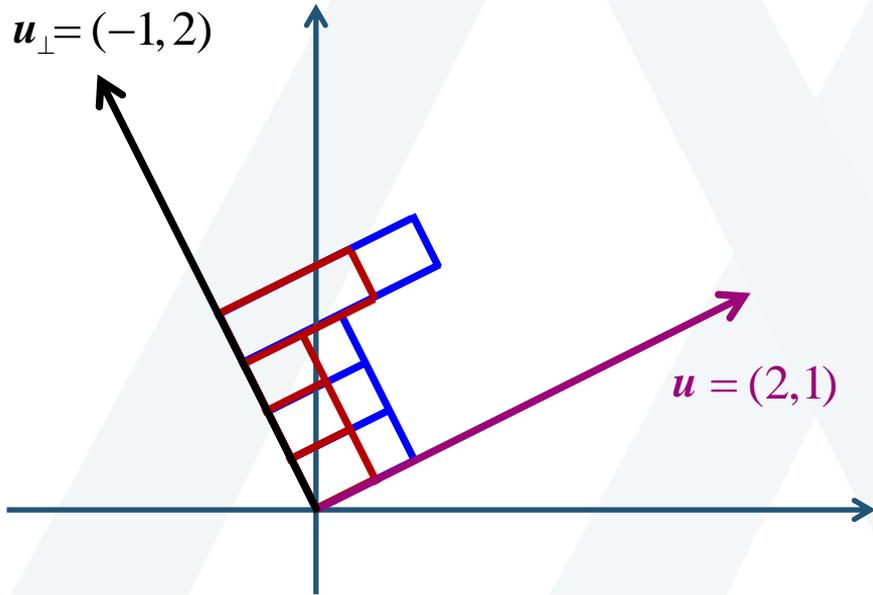
Étirement de facteur k dans la direction u – Résumé

- $k > 1$, dilatation
- $k = 1$, identité



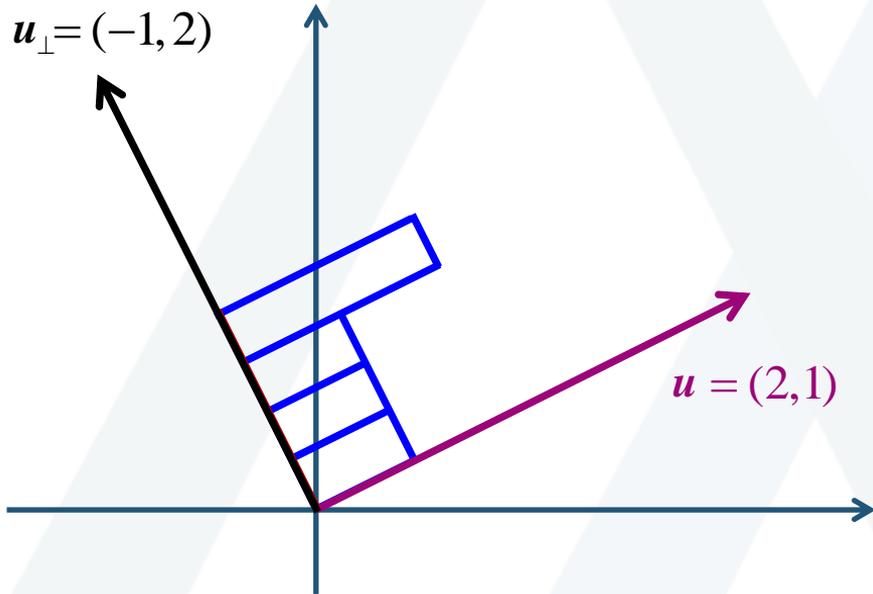
Étirement de facteur k dans la direction u – Résumé

- $k > 1$, dilatation
- $k = 1$, identité
- $0 < k < 1$, compression



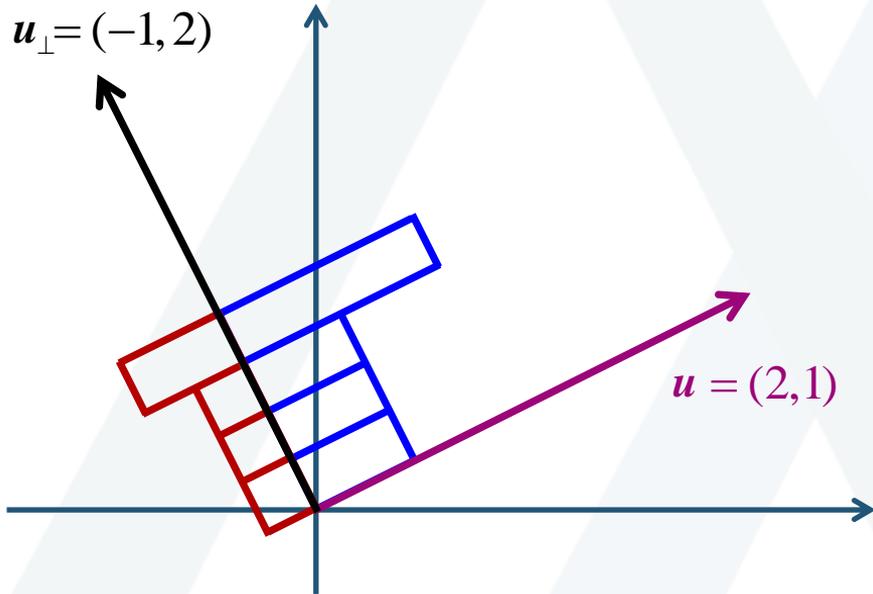
Étirement de facteur k dans la direction u – Résumé

- $k > 1$, dilatation
- $k = 1$, identité
- $0 < k < 1$, compression
- $k = 0$, projection \perp sur u_{\perp}

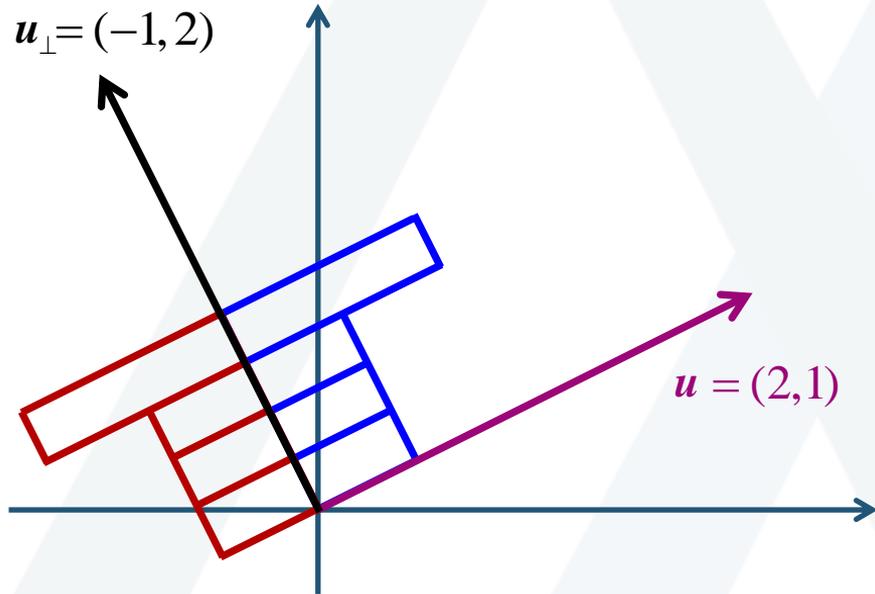


Étirement de facteur k dans la direction u – Résumé

- $k > 1$, dilatation
- $k = 1$, identité
- $0 < k < 1$, compression
- $k = 0$, projection \perp sur u_{\perp}
- $-1 < k < 0$, compression avec retournement



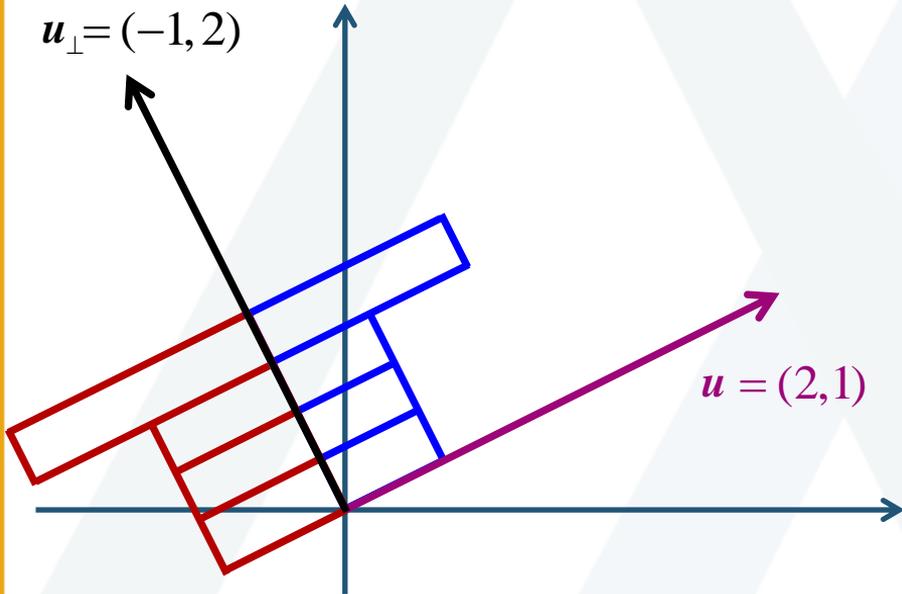
Étirement de facteur k dans la direction u – Résumé



- $k > 1$, dilatation
- $k = 1$, identité
- $0 < k < 1$, compression
- $k = 0$, projection \perp sur u_{\perp}
- $-1 < k < 0$, compression avec retournement
- $k = -1$, réflexion par rapport à la droite de direction u_{\perp}

Étirement de facteur k dans la direction u – Résumé

- $k > 1$, dilatation
- $k = 1$, identité
- $0 < k < 1$, compression
- $k = 0$, projection \perp sur u_{\perp}
- $-1 < k < 0$, compression avec retournement
- $k = -1$, réflexion par rapport à la droite de direction u_{\perp}
- $k < -1$, dilatation avec retournement



Homothétie de rapport k , $k \geq 0$

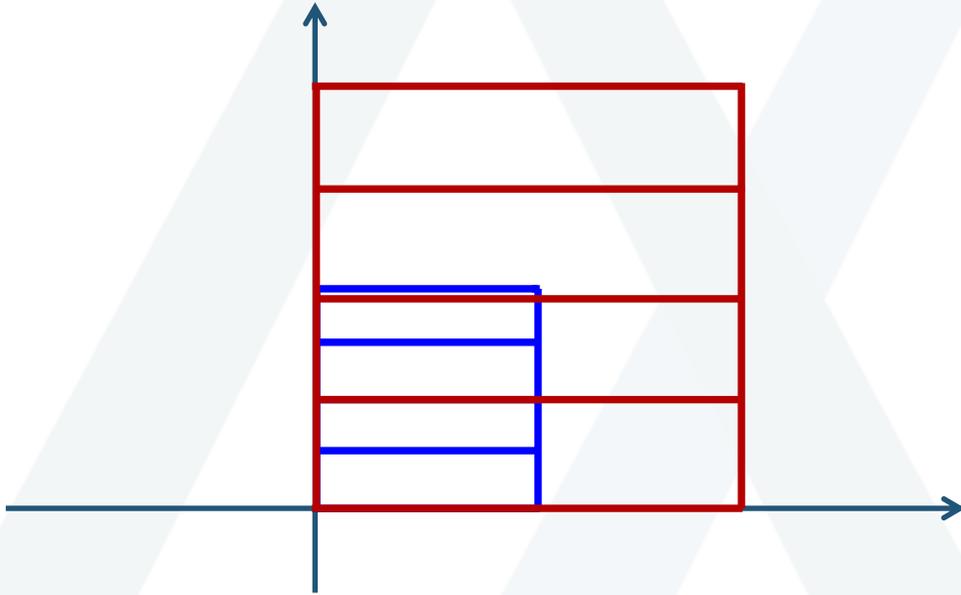
$A\mathbf{v} = k\mathbf{v}$, pour tout \mathbf{v}

$$A \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$A \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

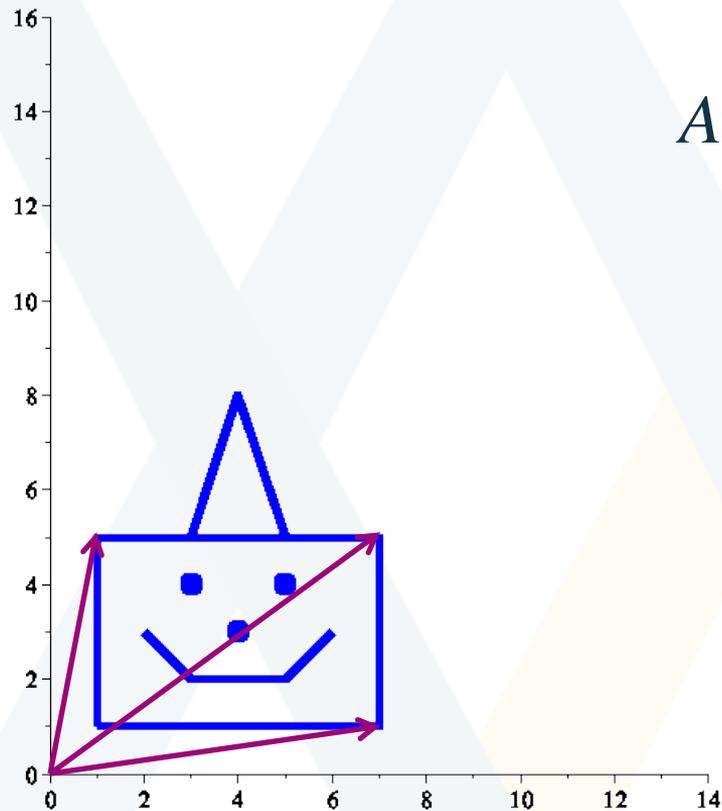
$$A \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix}$$

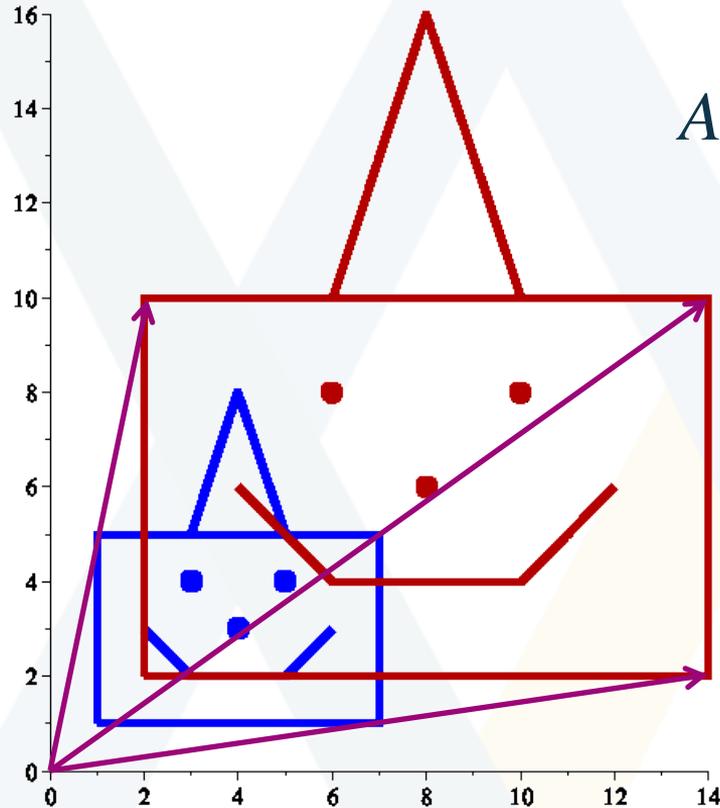


Homothétie de rapport 2

$$A\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$$

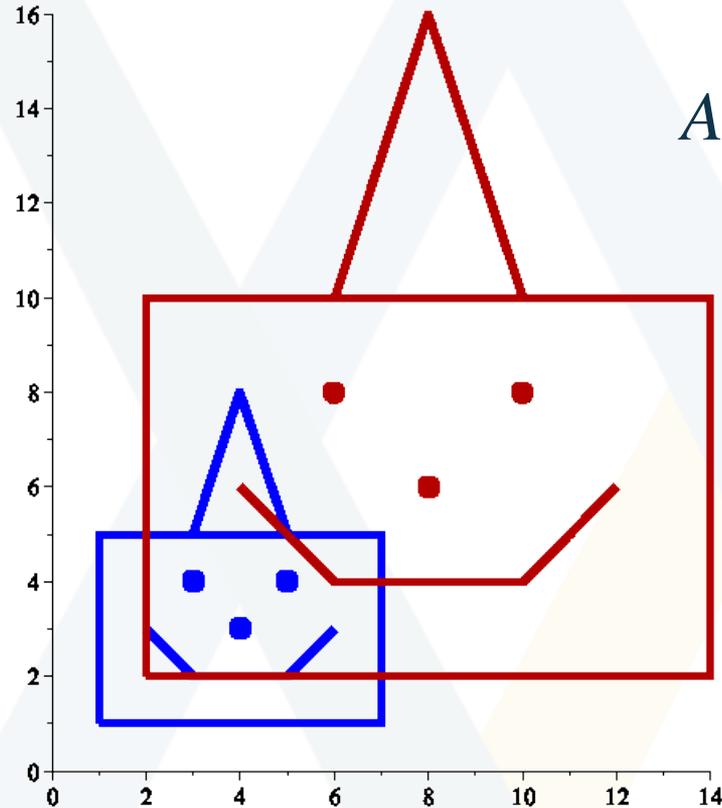


Homothétie de rapport 2



$$A\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$$

Homothétie de rapport 2



$$A\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$$

Résumé

- Étirements
- Homothéties

Conception du contenu

Christian Côté

Cégep régional de Lanaudière à Terrebonne

christian.cote@collanaud.qc.ca

Révision du contenu

Samuel Bernard

samuel.bernard@collanaud.qc.ca

Direction de projet

Samuel Bernard

Bruno Poellhuber

Postproduction

Symon Nestoruk

Musique

Sébastien Belleudy

sebe.bandcamp.com

Conception graphique

Christine Blais

Production des modèles en LaTeX

Nicolas Beauchemin

nicolas.beauchemin@bdeb.qc.ca

Production

Samuel Bernard



Bruno Poellhuber



Vidéo mise à disposition selon les termes de la licence

Creative Commons internationale 4.0

Paternité / Pas d'utilisation commerciale / Partage dans les mêmes conditions

Les autorisations au-delà du champ de cette licence peuvent être obtenues à

Mathema-TIC.ca