

Les quantiles

Julie Milot

Professeure de mathématique
Département de mathématiques
Collège de Maisonneuve
jmilot@cmaisonneuve.qc.ca



Ressource développée dans le cadre du projet Mathéma-TIC
Financé par le ministère de l'Enseignement supérieur, de la Recherche et de la Science (MESRS)
du Québec dans le cadre du Programme d'arrimage universités-collèges

Mise en situation



Xiaoguang Lu

3:30:23:3

Seulement 10 % des coureurs ont fait un meilleur temps lors de cette course.

Source : sportstats.ca

Quantiles

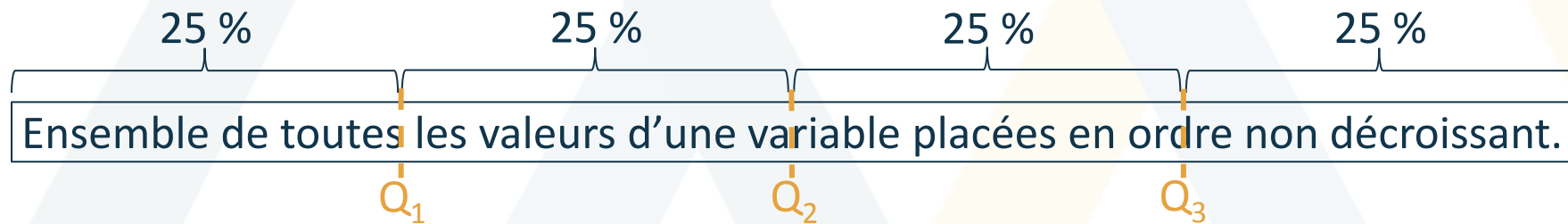
Valeurs qui séparent une suite non décroissante de valeurs en plusieurs parties contenant chacune environ le même pourcentage de valeurs.

Parmi les quantiles, on compte les quartiles, les quintiles, les déciles et les centiles.

Quartiles

Valeurs qui séparent une suite non décroissante de valeurs en quatre parties contenant chacune environ 25 % des valeurs.

Les quartiles sont notés Q_1 , Q_2 et Q_3 .

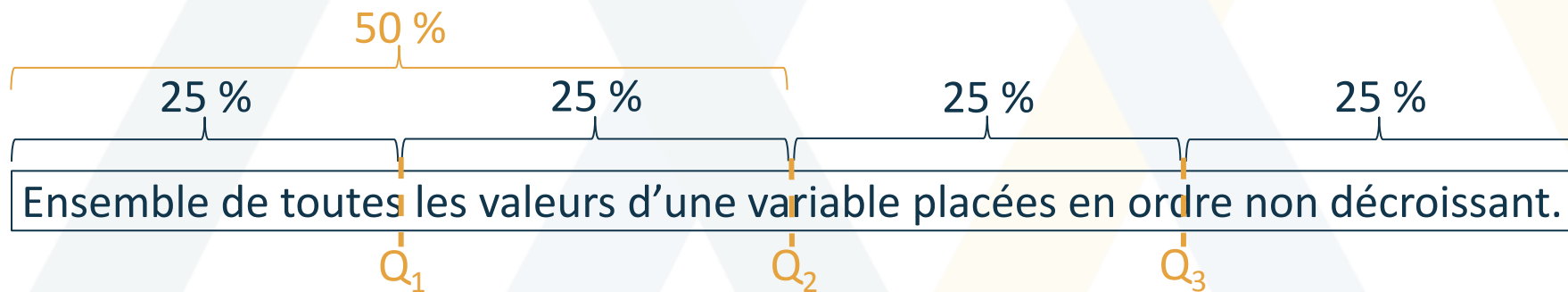


Environ 25 % des unités statistiques ont une valeur inférieure à Q_1 .

Quartiles

Valeurs qui séparent une suite non décroissante de valeurs en quatre parties contenant chacune environ 25 % des valeurs.

Les quartiles sont notés Q_1 , Q_2 et Q_3 .

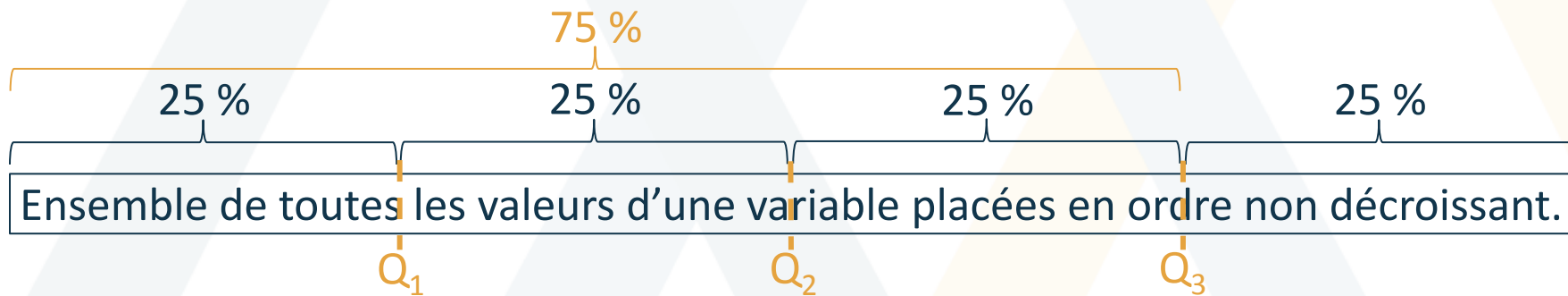


Environ 50 % des unités statistiques ont une valeur inférieure à Q_2 .

Quartiles

Valeurs qui séparent une suite non décroissante de valeurs en quatre parties contenant chacune environ 25 % des valeurs.

Les quartiles sont notés Q_1 , Q_2 et Q_3 .

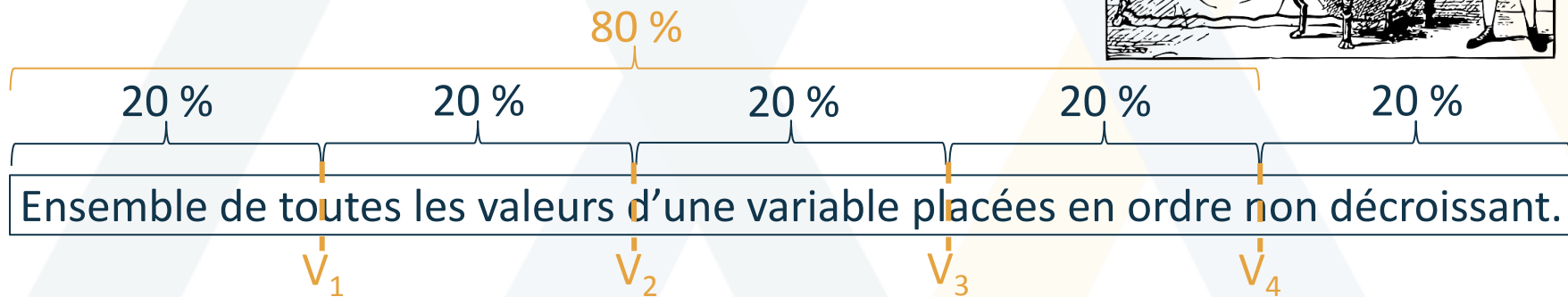
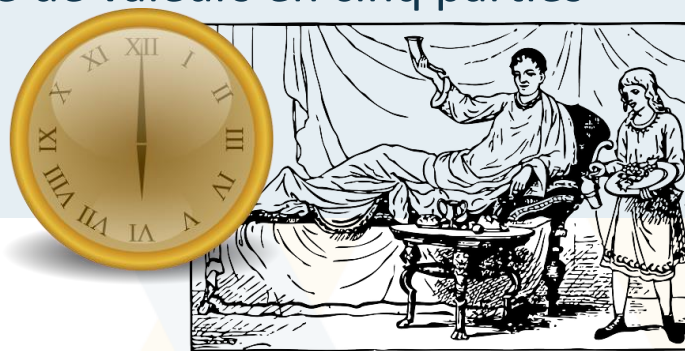


Environ 75 % des unités statistiques ont une valeur inférieure à Q_3 .

Quintiles

Valeurs qui séparent une suite non décroissante de valeurs en cinq parties contenant chacune environ 20 % des valeurs.

Les quintiles sont notés V_1 , V_2 , V_3 et V_4 .

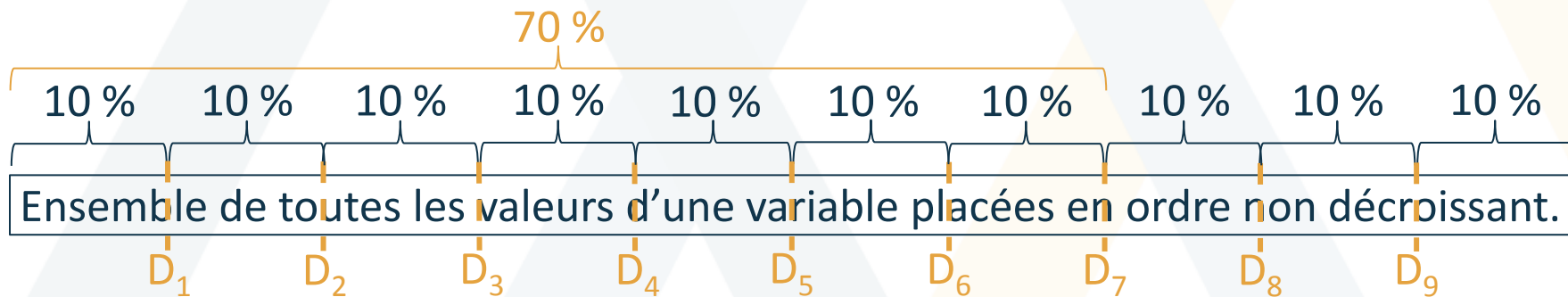


Environ 80 % des unités statistiques ont une valeur inférieure à V_4 .

Déciles

Valeurs qui séparent une suite non décroissante de valeurs en dix parties contenant chacune environ 10 % des valeurs.

Les déciles sont notés D_1 , D_2 , D_3 , D_4 , D_5 , D_6 , D_7 , D_8 et D_9 .



Environ 70 % des unités statistiques ont une valeur inférieure à D_7 .

Centiles

Valeurs qui séparent une suite non décroissante de valeurs en cent parties contenant chacune environ 1 % des valeurs.

Les centiles sont notés $C_1, C_2, C_3, \dots, C_{99}$.



Environ 67 % des unités statistiques ont une valeur inférieure à C_{67} .

Expression d'un quantile en centile

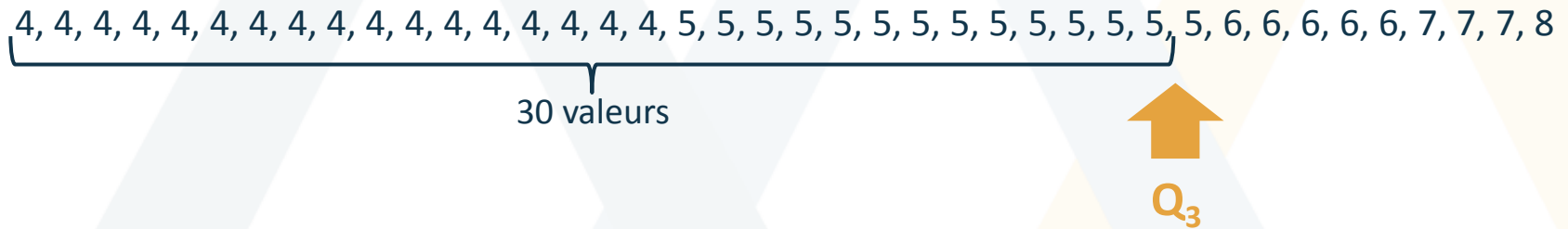
Tout quantile peut s'exprimer à l'aide d'un centile équivalent. En effet:

- $Q_1 = C_{25}, Q_2 = C_{50}, Q_3 = C_{75};$
- $V_1 = C_{20}, V_2 = C_{40}, V_3 = C_{60}, V_4 = C_{80};$
- $D_1 = C_{10}, D_2 = C_{20}, D_3 = C_{30}, \dots, D_9 = C_{90}.$

Ainsi, toute recherche d'un quantile tel qu'environ k % des valeurs y soient inférieures, revient à chercher un centile d'indice k .

Détermination de quantiles pour des données brutes

Le nombre de sessions prises par 40 étudiants de sciences humaines pour terminer leurs études collégiales est présenté ci-dessous. Déterminer le troisième quartile.



Interprétation :

Détermination de quantiles à partir d'un tableau de distribution de fréquences

Distribution des 40 étudiants de sciences humaines interrogés selon la durée de leurs études collégiales.

Nombre de sessions	Nombre d'étudiants	Pourcentage d'étudiants	Pourcentage cumulé d'étudiants
4	17	42,50 %	42,50 %
5	14	35,00 %	77,50 %
6	5	12,50 %	90,00 %
7	3	7,50 %	97,50 %
8	1	2,50 %	100,00 %
Total	40	100,00 %	

Source : données fictives.

Centile d'indice k à partir de fréquences relatives cumulées

C_k est la plus petite valeur pour laquelle la fréquence relative cumulée dépasse k %.

Si la fréquence relative cumulée atteint exactement k % pour une valeur donnée, C_k est la moyenne de cette valeur et de la suivante.

Détermination de quantiles à partir d'un tableau de distribution de fréquences

Distribution des 40 étudiants de sciences humaines interrogés selon la durée de leurs études collégiales.

Nombre de sessions	Nombre d'étudiants	Pourcentage d'étudiants	Pourcentage cumulé d'étudiants
4	17	42,50 %	42,50 %
5	13	32,50 %	75,00 %
6	6	15,00 %	90,00 %
7	3	7,50 %	97,50 %
8	1	2,50 %	100,00 %
Total	40	100,00 %	

Source : données fictives.

Estimation d'un quantile à partir de valeurs classées

Soit le tableau suivant :

Distribution des 1700 adultes canadiens
interrogés selon leur revenu annuel, janvier 2015.

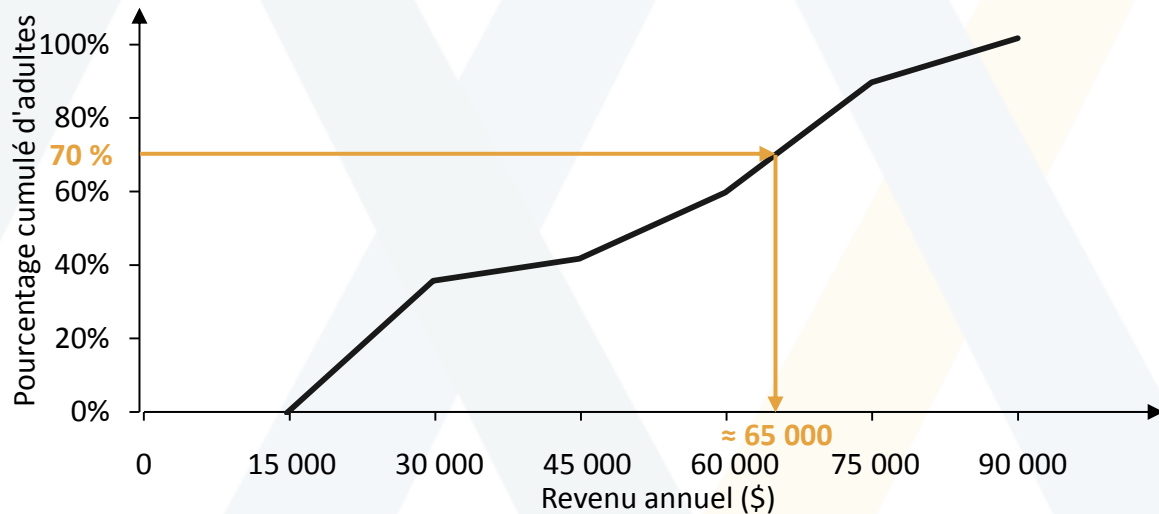
Revenu annuel (\$)	Pourcentage d'adultes canadiens	Pourcentage cumulé d'adultes canadiens
[15 000; 30 000[35,29%	35,29%
[30 000; 45 000[5,88%	41,18%
[45 000; 60 000[17,65%	58,82%
[60 000; 75 000[29,41%	88,24%
[75 000; 90 000[11,75%	100,00%
Total	100,00%	

Source : données fictives.

Estimons D_7

Estimation d'un quantile à partir de valeurs classées

Répartition cumulée des 1700 adultes canadiens interrogés
selon leur revenu annuel, janvier 2015.



Source : données fictives.

Estimation d'un quantile à partir de valeurs classées

Distribution des 1700 adultes canadiens
interrogés selon leur revenu annuel, janvier 2015.

Revenu annuel (\$)	Pourcentage d'adultes canadiens	Pourcentage cumulé d'adultes canadiens
[15 000; 30 000[35,29%	35,29%
[30 000; 45 000[5,88%	41,18%
[45 000; 60 000[17,65%	58,82%
[60 000; 75 000[29,41%	88,24%
[75 000; 90 000[11,75%	100,00%
Total	100,00%	

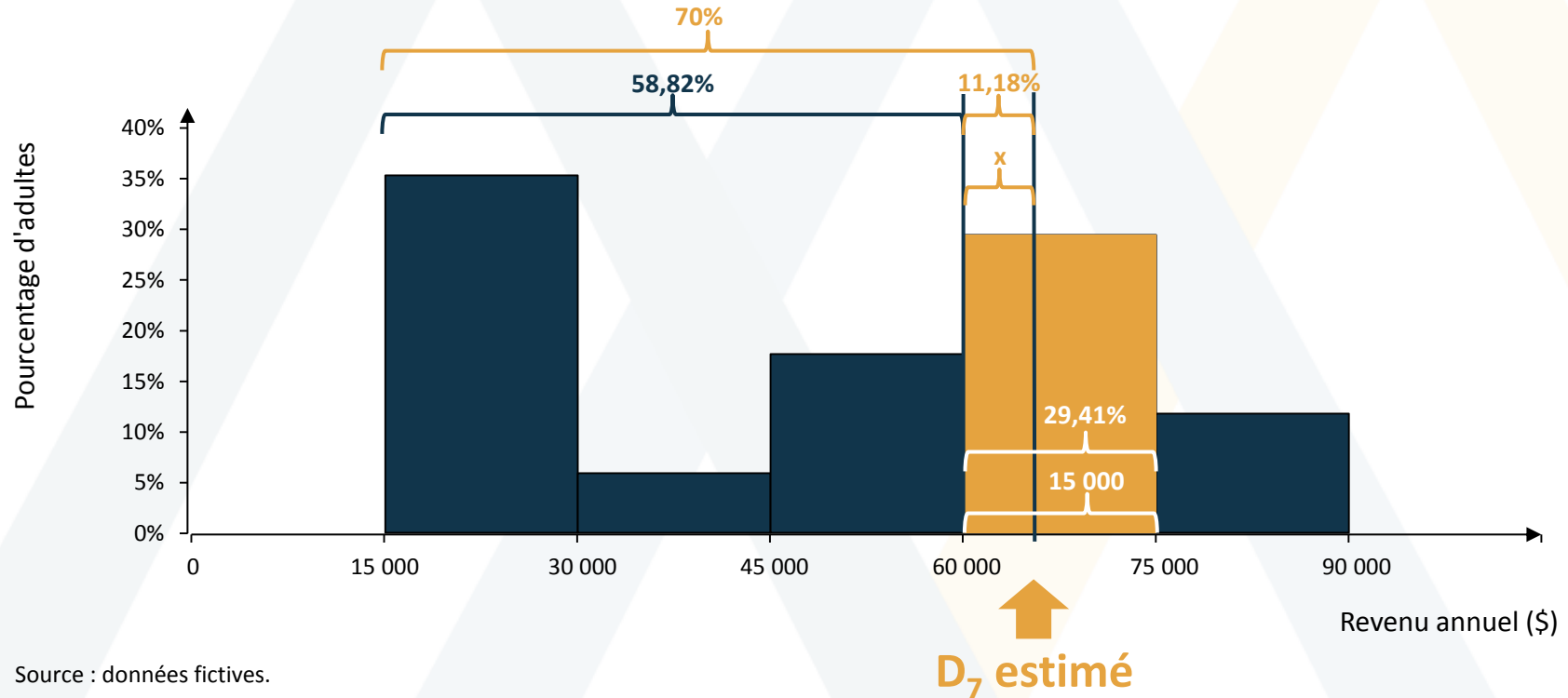
Classe contenant D_7



Source : données fictives.

Estimation d'un quantile à partir de valeurs classées

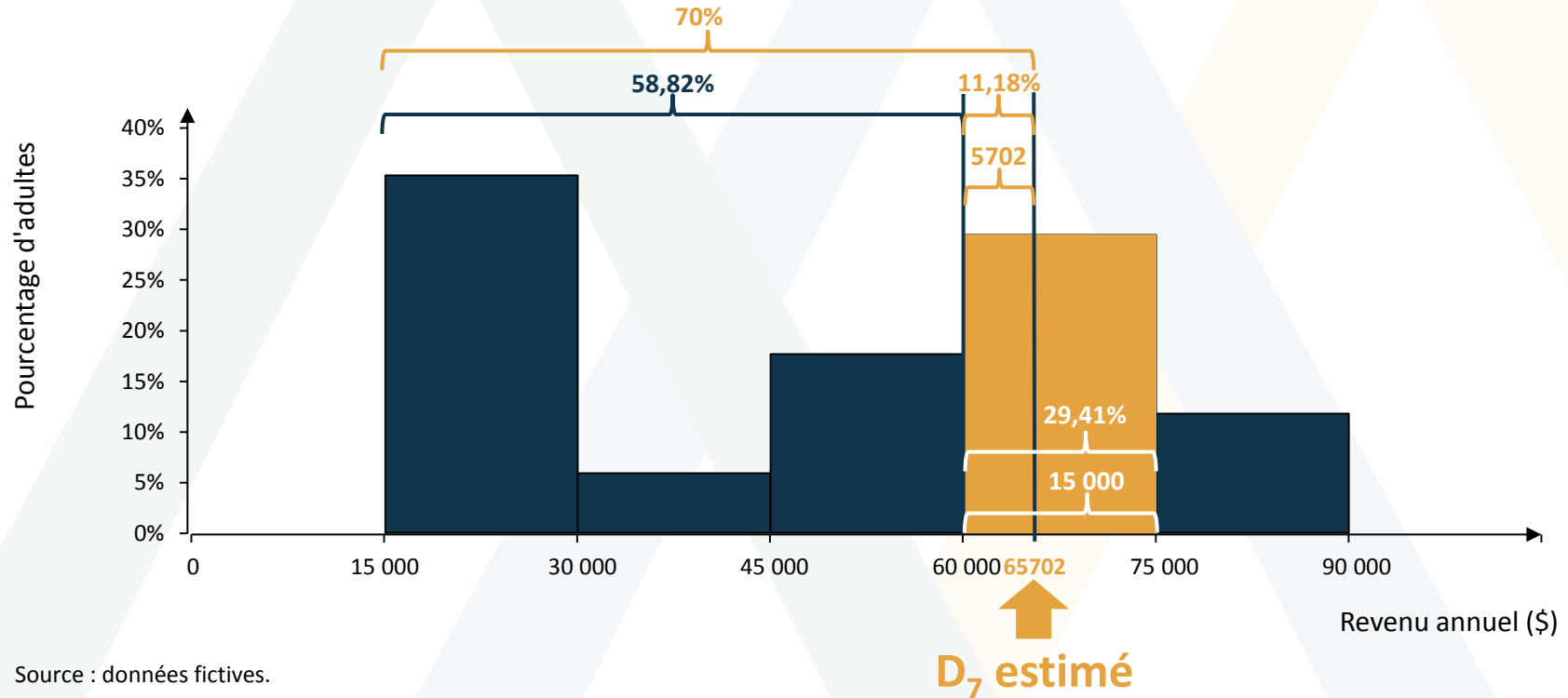
Distribution des 1700 adultes canadiens interrogés selon leur revenu annuel, janvier 2015.



Source : données fictives.

Estimation d'un quantile à partir de valeurs classées

Distribution des 1700 adultes canadiens interrogés selon leur revenu annuel, janvier 2015.



Source : données fictives.



Centile de valeurs classées

Si seules les valeurs classées sont disponibles, on estime la valeur d'un centile d'indice k à l'aide de l'équation suivante :

$$C_k = b_i + \left(\frac{k \% - F_{i-1}}{f_i} \right) \times A$$

où b_i est la borne inférieure de la classe contenant C_k ,

F_{i-1} est la fréquence relative cumulée de la classe précédant la classe contenant C_k ,

f_i est la fréquence relative de la classe contenant C_k
et A est l'amplitude de la classe contenant C_k .

Interprétation d'un centile estimé à partir de valeurs classées

Interprétation :

Résumé

Les quantiles :

- sont les valeurs qui divisent une suite non décroissante de valeurs en parties contenant environ le même pourcentage k de valeurs;
- sont approximativement la valeur à laquelle la fréquence relative cumulée atteint $k\%$ si seules les valeurs classées sont disponibles;

Mot clé
Mot clé

Qui? s'interprètent en affirmant que $k\%$ (ou **au moins $k\%$**) des *unités statistiques* ont la *valeur du quantile* **ou moins** et en mentionnant la *variable étudiée*, le *moment* et le Mot clé

Où? *lieu* de l'étude.
 Quoi?
Quand?

Résumé

Les quantiles :

- sont les valeurs qui divisent une suite non décroissante de valeurs en parties contenant environ le même pourcentage k de valeurs;
- sont approximativement la valeur à laquelle la fréquence relative cumulée atteint $k\%$ si seules les valeurs classées sont disponibles;

Mot clé

Mot clé

Qui?

- s'interprètent en affirmant que $k\%$ (ou **au moins $k\%$**) des *unités statistiques* ont **moins de la valeur du quantile** et en mentionnant la *variable étudiée*, le *moment* et le

Mot clé

Où?

lieu de l'étude.

Quoi?

Quand?

Conception du contenu

Julie Milot

Collège de Maisonneuve
jmilot@cmaisonneuve.qc.ca

Révision du contenu

Samuel Bernard et Hélène Lambert

samuel.bernard@collanaud.qc.ca
hlambert@cmaisonneuve.qc.ca

Direction de projet

Samuel Bernard
Bruno Poellhuber

Postproduction

Marie-Ève Lanthier

Musique

Sébastien Belleudy

sebe.bandcamp.com

Crédit images

Pixabay, Wikipedia

pixabay.com, en.wikipedia.org

Conception graphique

Christine Blais

Production des modèles en LaTeX

Nicolas Beauchemin

nicolas.beauchemin@bdeb.qc.ca

Production

Samuel Bernard



Bruno Poellhuber



Vidéo mise à disposition selon les termes de la licence

Creative Commons internationale 4.0

Paternité / Pas d'utilisation commerciale / Partage dans les mêmes conditions

Les autorisations au-delà du champ de cette licence peuvent être obtenues à

Mathema-TIC.ca