

# Évaluation de la limite particulière $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin(\theta)}{\theta}$

**Nicolas Beauchemin**

Professeur de mathématique  
Département de mathématiques  
Collège de Bois-de-Boulogne  
nicolas.beauchemin@bdeb.qc.ca



Ressource développée dans le cadre du projet Mathéma-TIC  
Financé par le ministère de l'Enseignement supérieur, de la Recherche et de la Science (MESRS)  
du Québec dans le cadre du Programme d'arrimage universités-collèges

# Une limite particulière

La limite

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin(\theta)}{\theta}$$

apparaîtra naturellement dans l'étude de la dérivée des fonctions trigonométriques.

On remarque que cette limite est de la forme  $\frac{0}{0}$  et n'est pas abordable à l'aide des stratégies utilisées avec les fonctions algébriques.

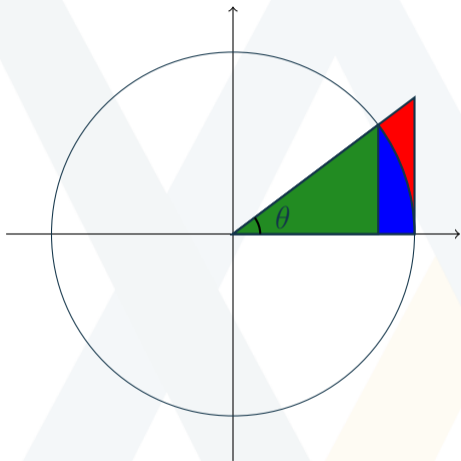
## Théorème du sandwich

Soit  $f, g$  et  $h$ , des fonctions définies sur un intervalle  $I$  et telles que

$$f(x) \leq g(x) \leq h(x) \quad \forall x \in I.$$

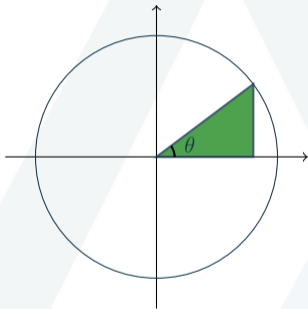
Soit  $a \in I$ . Si  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} h(x) = L$  où  $L \in \mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}$ , alors  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = L$ .

Considérons la figure

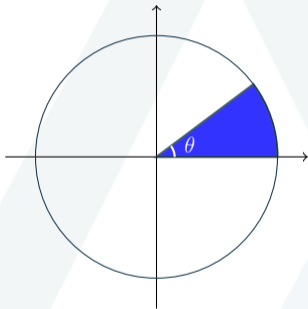


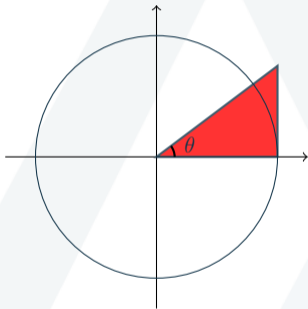
Aire du triangle  $\leq$  Aire du secteur  $\leq$  Aire du triangle

Aire du triangle =



Aire du secteur =





Aire du triangle =

Par conséquent le sandwich devient

Aire du triangle  $\leq$  Aire du secteur  $\leq$  Aire du triangle

$$\Leftrightarrow \frac{\sin(\theta) \cos(\theta)}{2} \leq \frac{\theta}{2} \leq \frac{\sin(\theta)}{2 \cos(\theta)}$$

$$\Leftrightarrow \sin(\theta) \cos(\theta) \leq \theta \leq \frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)}$$

$$\Leftrightarrow \cos(\theta) \leq \frac{\theta}{\sin(\theta)} \leq \frac{1}{\cos(\theta)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\cos(\theta)} \geq \frac{\sin(\theta)}{\theta} \geq \cos(\theta)$$

## Est-ce un bon sandwich?

$$\frac{1}{\cos(\theta)} \geq \frac{\sin(\theta)}{\theta} \geq \cos(\theta)$$

## Résultat principal

### Théorème

Lorsque  $\theta$  est un angle exprimé en radians,  $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin(\theta)}{\theta} = 1$ .

# Résumé

- Théorème du sandwich
- La représentation géométrique
- Le résultat principal

Conception du contenu

**Nicolas Beauchemin**

Collège de Bois-de-Boulogne  
nicolas.beauchemin@bdeb.qc.ca

Révision du contenu

**Samuel Bernard**

samuel.bernard@collanaud.qc.ca

Direction de projet  
**Samuel Bernard**  
**Bruno Poellhuber**

Postproduction  
**Symon Nestoruk**

Musique  
**Sébastien Belleudy**  
[sebe.bandcamp.com](http://sebe.bandcamp.com)

Conception graphique

**Christine Blais**

Production des modèles en LaTeX

**Nicolas Beauchemin**

nicolas.beauchemin@bdeb.qc.ca

Production

**Samuel Bernard**

**Bruno Poellhuber**



**Vidéo mise à disposition selon les termes de la licence**

Creative Commons internationale 4.0

Paternité / Pas d'utilisation commerciale / Partage dans les mêmes conditions

Les autorisations au-delà du champ de cette licence peuvent être obtenues à

**Mathema-TIC.ca**