

Dérivée d'un quotient de fonctions dérivables

Nicolas Beauchemin

Professeur de mathématique
Département de mathématiques
Collège de Bois-de-Boulogne
nicolas.beauchemin@bdeb.qc.ca



Ressource développée dans le cadre du projet Mathéma-TIC
Financé par le ministère de l'Enseignement supérieur, de la Recherche et de la Science (MESRS)
du Québec dans le cadre du Programme d'arrimage universités-collèges

Présentation

Dans cette capsule, nous nous intéressons à la dérivée d'une fonction de la forme

$$h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$

où f et g sont des fonctions dérivables.

Dérivée d'un produit

Règle de dérivation

Si f et g sont des fonctions dérivables, alors

$$\left(f(x) \cdot g(x)\right)' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x).$$

Marche vers la formule

Considérons

$$h(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \quad (1)$$

avec f, g des fonctions dérivables. Nous allons transformer l'équation (1) de façon à faire apparaître un produit.

En multipliant par $g(x)$ de chaque côté, l'équation devient

$$g(x) \cdot h(x) = f(x) \quad (2)$$

Marche vers la formule (suite)

En dérivant de chaque côté, on obtient

$$\left(g(x) \cdot h(x)\right)' = f'(x)$$

$$\iff g'(x)h(x) + g(x)h'(x) = f'(x)$$

$$\iff g(x)h'(x) = f'(x) - g'(x)h(x)$$

$$\iff h'(x) = \frac{f'(x) - g'(x)h(x)}{g(x)}$$

$$\iff h'(x) = \frac{f'(x) - g'(x)\frac{f(x)}{g(x)}}{g(x)}$$

Marche vers la formule (suite)

On peut simplifier l'expression

$$\begin{aligned}h'(x) &= \frac{f'(x) - g'(x)\frac{f(x)}{g(x)}}{g(x)} \\&= \frac{\frac{f'(x)g(x)}{g(x)} - g'(x)\frac{f(x)}{g(x)}}{g(x)} \\&= \frac{f'(x)g(x) - g'(x)f(x)}{g(x) \cdot g(x)} \\&= \frac{f'(x)g(x) - g'(x)f(x)}{g(x)^2}\end{aligned}$$

Formule de dérivation

Dérivée d'un quotient de fonctions

Soit f et g , deux fonctions dérivables. Alors

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g(x)^2}.$$

Exemple

Calculer $\left(\frac{x^2 + x}{x^3 - 1}\right)'$.

Résumé

- Présentation
- Marche vers la règle
- Énoncé de la règle de dérivation
- Exemple

Conception du contenu

Nicolas Beauchemin

Collège de Bois-de-Boulogne
nicolas.beauchemin@bdeb.qc.ca

Révision du contenu

Samuel Bernard

samuel.bernard@collanaud.qc.ca

Direction de projet
Samuel Bernard
Bruno Poellhuber

Postproduction
Symon Nestoruk

Musique
Sébastien Belleudy
sebe.bandcamp.com

Conception graphique
Christine Blais

Production des modèles en LaTeX
Nicolas Beauchemin
nicolas.beauchemin@bdeb.qc.ca

Production

Samuel Bernard

Bruno Poellhuber



Vidéo mise à disposition selon les termes de la licence

Creative Commons internationale 4.0

Paternité / Pas d'utilisation commerciale / Partage dans les mêmes conditions

Les autorisations au-delà du champ de cette licence peuvent être obtenues à

Mathema-TIC.ca