# Arrangements et combinaisons

**Jean-François Renaud**

Professeur
Département de mathématiques
Université du Québec à Montréal (UQAM)
renaud.jf@uqam.ca

Ressource développée dans le cadre du projet Mathéma-TIC
Financé par le ministère de l'Enseignement supérieur, de la Recherche et de la Science (MESRS) du Québec dans le cadre du Programme d'arrimage universités-collèges

# Introduction

Rappelons que certains outils d'analyse combinatoire sont très utiles lorsque vient le temps de calculer des probabilités dans un modèle de cardinalité finie.

Cette capsule vidéo porte sur les arrangements et les combinaisons d'objets distincts.

Nous allons répondre à la question suivante:

> *Quel est le nombre de résultats possibles lorsqu'on choisit $r$ éléments parmi $n$ objets distincts?*

# Groupes ordonnés: arrangements

Nous allons d'abord former des groupes ordonnés.

En d'autres mots, on pige successivement (sans remise) $r$ objets, parmi les $n$ objets de départ, et on tient compte de l'ordre.

C'est ce que nous appellerons un arrangement de $r$ objets choisis parmi $n$.

Par exemple, si on forme des arrangements de longueur $3$ à partir des $5$ premières lettres de l'alphabet, on pourrait obtenir:

______ ______ ______ ______ ______ ______

# Nombre d'arrangements

On sait qu'il existe $5!$ permutations des $5$ premières lettres de l'alphabet.

En d'autres mots, il existe $5!$ résultats possibles à l'expérience:

> *piger $5$ fois dans l'ensemble des $5$ premières lettres de l'alphabet, tout en tenant compte de l'ordre.*

Par exemple,

________ ________ ________ ________ ________

________ ________ ________ ________ ________

# Nombre d'arrangements

Mais puisque $r = 3$,

Combien de fois avons-nous compté l'arrangement

B C E

Exactement le nombre de façons de permuter les $2$ derniers éléments.

En conclusion, il y a $5!/2!$ arrangements de $r = 3$ objets pigés (sans remise) parmi $n = 5$ objets distincts.

# Résultat général

En général, on considère les $r$ premières positions de la permutation comme étant notre arrangement.

## Arrangement

Le nombre d'arrangements de $r$ objets choisis parmi $n$ objets distincts est

$$\frac{n!}{(n-r)!}.$$

Qu'arrive-t-il si on ne veut pas tenir compte de l'ordre?

# Groupes non ordonnés: combinaisons

Nous allons maintenant former des groupes non ordonnés.

En d'autres mots, on pige successivement (sans remise) $r$ objets, de nos $n$ objets de départ, et on ne tient plus compte de l'ordre.

C'est ce que nous appellerons une combinaison de $r$ objets choisis parmi $n$.

Une combinaison est donc un sous-ensemble de cardinalité $r$ formé à partir d'un ensemble de départ de cardinalité $n$.

# Nombre de combinaisons

Revenons à notre exemple où $r = 3$ et $n = 5$.

Dans le cas d'une combinaison, nous ne devons plus tenir compte de l'ordre:

$$\begin{array}{ccccccccccc} B & C & E & & C & B & E & & E & C & B \\ B & E & C & & C & E & B & & E & B & C \end{array}$$

Et c'est la même situation pour chaque arrangement.

En conclusion, il y a

$$\frac{5!}{2!3!}$$

combinaisons de $r = 3$ objets choisis parmi $n = 5$ objets distincts.

# Résultat général

## Combinaison

Le nombre de combinaisons de $r$ objets choisis parmi $n$ objets distincts est

$$\binom{n}{r} := \frac{n!}{r!(n-r)!}.$$

Il s'agit également du nombre de sous-groupes de taille $r$ que l'on peut former à partir de $n$ objets distincts.

# Résumé

- Définition d'arrangement
- Nombre d'arrangements de $r$ objets choisis parmi $n$ objets distincts
- Définition de combinaison
- Nombre de combinaisons de $r$ objets choisis parmi $n$ objets distincts

Mathéma-TIC

Conception du contenu

**Jean-François Renaud**
Université du Québec à Montréal (UQAM)
renaud.jf@uqam.ca

**Clarence Simard**

Révision du contenu

**Samuel Bernard**
samuel.bernard@collanaud.qc.ca

Mathéma-TIC

Direction de projet

**Samuel Bernard**

**Bruno Poellhuber**

Postproduction

**Symon Nestoruk**

Musique

**Sébastien Belleudy**
sebe.bandcamp.com

Conception graphique

**Christine Blais**

Production des modèles en LaTeX

**Nicolas Beauchemin**

nicolas.beauchemin@bdeb.qc.ca

Production

**Samuel Bernard**

CÉGEP RÉGIONAL *de* LANAUDIÈRE *à* Terrebonne

**Bruno Poellhuber**

Université de Montréal

Mathéma-TIC