

# Squelette d'une fonction de densité

**Jean-François Renaud**

Professeur

Département de mathématiques

Université du Québec à Montréal (UQAM)

renaud.jf@uqam.ca



Ressource développée dans le cadre du projet Mathéma-TIC

Financé par le ministère de l'Enseignement supérieur, de la Recherche et de la Science (MESRS)  
du Québec dans le cadre du Programme d'arrimage universités-collèges

## Introduction

Il est utile de savoir reconnaître le *squelette* d'une fonction de densité  $f$ .

Le squelette de la densité  $f$  est une autre fonction  $h$  qui est proportionnelle à  $f$ , ce qui nous permet d'écrire

$$h(x) \propto f(x).$$

Par exemple, en calcul bayésien, lors de l'identification de la loi *a posteriori*, on utilise beaucoup cette notion de squelette d'une densité afin d'alléger les calculs.

Parfois, en calcul intégral, il peut être bien utile de savoir reconnaître un squelette afin de s'éviter de longs et fastidieux calculs.

## Rappel

Avant de poursuivre, rappelons ce qu'est une fonction de densité.

Il s'agit d'une fonction  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  qui est:

- positive, c'est-à-dire que  $f(x) \geq 0$ , pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ;
- et dont l'intégrale sur  $\mathbb{R}$  est égale à 1, c'est-à-dire que

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1.$$

## La constante de normalisation et le squelette

Supposons que  $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  soit une fonction positive, mais non identiquement nulle, et intégrable. On suppose aussi qu'elle est exempte de toute constante multiplicative.

Ainsi, on a que

$$K := \int_{-\infty}^{\infty} h(x)dx \in (0, \infty).$$

Et donc la fonction  $f(x) = h(x)/K$  est une fonction de densité.

La constante  $K$  est ce que l'on appelle la constante de normalisation de  $f$ .

La fonction  $h$  est ce que l'on appelle le squelette de  $f$ .

## Exemple 1

Pour une constante  $\beta > 0$ , si

$$h(x) = \begin{cases} e^{-\beta x} & \text{si } x \geq 0, \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases}$$

alors

## Exemple 2

Pour des constantes  $\alpha, \beta > 0$ , si

$$h(x) = \begin{cases} x^\alpha e^{-\beta x} & \text{si } x \geq 0, \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases}$$

alors

## Exemple 3

Si  $h(x) = e^{-x^2/2}$ , alors

# Résumé

- Squelette d'une fonction de densité
- Exemple 1
- Exemple 2
- Exemple 3

Conception du contenu

**Jean-François Renaud**

Université du Québec à Montréal (UQAM)

renaud.jf@uqam.ca

**Clarence Simard**

Révision du contenu

**Samuel Bernard**

samuel.bernard@collanaud.qc.ca

Direction de projet  
**Samuel Bernard**  
**Bruno Poellhuber**

Postproduction  
**Symon Nestoruk**

Musique  
**Sébastien Belleudy**  
[sebe.bandcamp.com](http://sebe.bandcamp.com)

Conception graphique

**Christine Blais**

Production des modèles en LaTeX

**Nicolas Beauchemin**

[nicolas.beauchemin@bdeb.qc.ca](mailto:nicolas.beauchemin@bdeb.qc.ca)

Production

**Samuel Bernard**

**Bruno Poellhuber**



 **Mathéma-TIC**



**Vidéo mise à disposition selon les termes de la licence**

Creative Commons internationale 4.0

Paternité / Pas d'utilisation commerciale / Partage dans les mêmes conditions

Les autorisations au-delà du champ de cette licence peuvent être obtenues à

**Mathema-TIC.ca**