

La mesure de probabilité conditionnelle

Jean-François Renaud

Professeur

Département de mathématiques

Université du Québec à Montréal (UQAM)

renaud.jf@uqam.ca



Ressource développée dans le cadre du projet Mathéma-TIC

Financé par le ministère de l'Enseignement supérieur, de la Recherche et de la Science (MESRS)
du Québec dans le cadre du Programme d'arrimage universités-collèges

Introduction

Dans l'axiomatique des probabilités, la mesure de probabilités $E \mapsto \mathbb{P}(E)$ doit satisfaire aux trois conditions suivantes:

- $0 \leq \mathbb{P}(E) \leq 1$, pour tout événement E ;
- $\mathbb{P}(\Omega) = 1$;
- pour toute suite d'événements disjoints E_1, E_2, \dots ,

$$\mathbb{P}\left(\bigcup_{i \geq 1} E_i\right) = \sum_{i \geq 1} \mathbb{P}(E_i).$$

Dans cette capsule vidéo, nous allons montrer que $E \mapsto \mathbb{P}(E \mid F)$, où F est un événement fixé, satisfait à ces trois conditions.

Premier axiome

Fixons un événement F tel que $\mathbb{P}(F) > 0$.

On veut montrer que $0 \leq \mathbb{P}(E \mid F) \leq 1$, pour tout événement E .

Deuxième axiome

On veut montrer que $\mathbb{P}(\Omega \mid F) = 1$.

Troisième axiome

On veut montrer que, pour toute suite d'événements disjoints E_1, E_2, \dots ,

$$\mathbb{P} \left(\bigcup_{i \geq 1} E_i \mid F \right) = \sum_{i \geq 1} \mathbb{P} (E_i \mid F) .$$

Conséquences

Ainsi, pour un événement F fixé, on peut en déduire que $\mathbb{P}(\cdot | F)$ possède les propriétés suivantes:

- complémentarité;
- monotonie;
- principe d'inclusion-exclusion;
- inégalité de Boole;
- continuité monotone;
- etc.

Résumé

- Trois axiomes
- Probabilité conditionnelle
- Conséquences

Conception du contenu

Jean-François Renaud

Université du Québec à Montréal (UQAM)

renaud.jf@uqam.ca

Clarence Simard

Révision du contenu

Samuel Bernard

samuel.bernard@collanaud.qc.ca

Direction de projet
Samuel Bernard
Bruno Poellhuber

Postproduction
Symon Nestoruk

Musique
Sébastien Belleudy
sebe.bandcamp.com

Conception graphique

Christine Blais

Production des modèles en LaTeX

Nicolas Beauchemin

nicolas.beauchemin@bdeb.qc.ca

Production

Samuel Bernard

Bruno Poellhuber



Vidéo mise à disposition selon les termes de la licence

Creative Commons internationale 4.0

Paternité / Pas d'utilisation commerciale / Partage dans les mêmes conditions

Les autorisations au-delà du champ de cette licence peuvent être obtenues à

Mathema-TIC.ca