Loi uniforme continue

Jean-François Renaud

Professeur
Département de mathématiques
Université du Québec à Montréal (UQAM)
renaud.jf@uqam.ca

Ressource développée dans le cadre du projet Mathéma-TIC
Financé par le ministère de l'Enseignement supérieur, de la Recherche et de la Science (MESRS)
du Québec dans le cadre du Programme d'arrimage universités-collèges

Introduction

La loi uniforme continue est l'analogue de la loi uniforme discrète lorsque l'espace d'états est un intervalle plutôt qu'un ensemble discret de points.

Il s'agit possiblement de la loi de probabilité la plus intuitive, au sens où l'on attribue la même vraisemblance à chaque valeur possible.

Au menu de cette capsule vidéo:

- définition à partir de la fonction de densité;
- identification de la fonction de répartition;
- calcul de la moyenne et de la variance.

Définition à partir de la densité

Loi uniforme

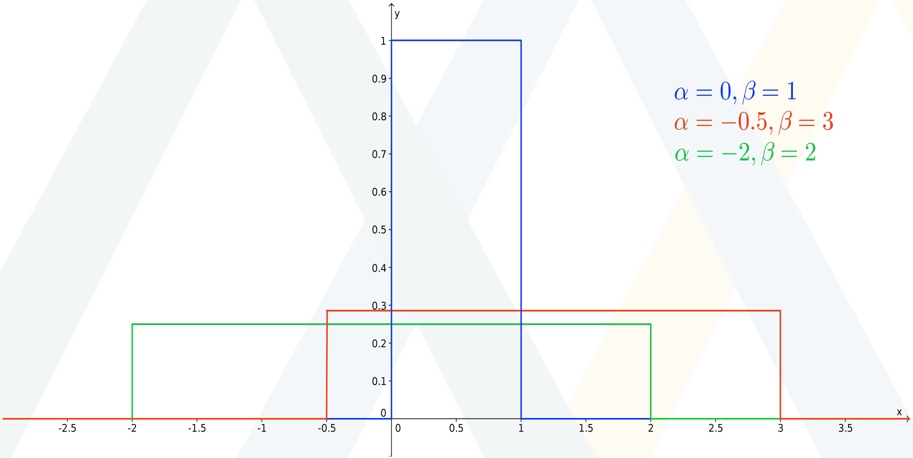
La loi uniforme sur l'intervalle (α, β), où $\alpha < \beta$, est une loi de probabilités (absolument) continue, dont la fonction de densité est donnée par

$$x \mapsto \frac{1}{\beta - \alpha}\mathbb{I}_{(\alpha,\beta)}(x) = \begin{cases} \frac{1}{\beta-\alpha} & \text{si } \alpha < x < \beta, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

On vérifie facilement qu'il s'agit bel et bien d'une fonction de densité.

Graphes de la fonction de densité

$x \mapsto \frac{1}{\beta-\alpha}\mathbb{I}_{(\alpha,\beta)}(x)$



Variables aléatoires de loi uniforme

Si une variable aléatoire X est uniformément distribuée sur l'intervalle (α, β), on écrit

$$X \sim \text{unif}(\alpha, \beta)$$

ou

$$X \sim \mathrm{U}(\alpha, \beta).$$

Dans ce cas,

$$f_X(x) = \frac{1}{\beta - \alpha} \mathbb{I}_{(\alpha,\beta)}(x)$$

et on peut affirmer que

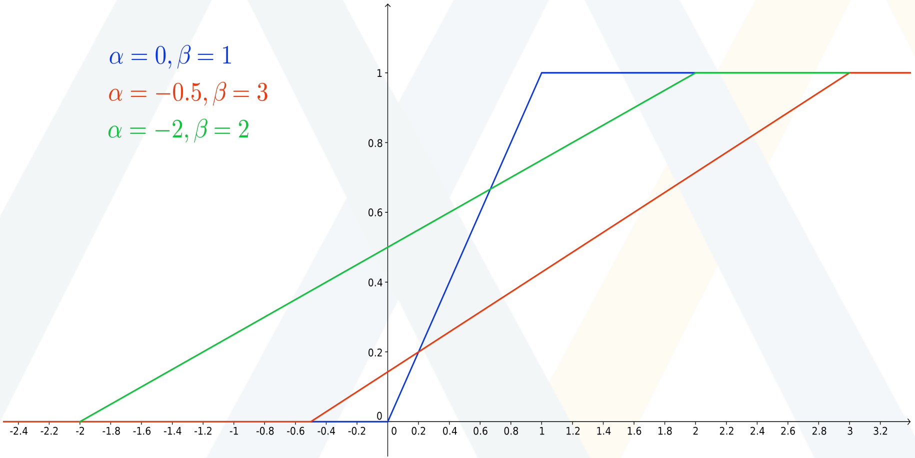
$$\alpha < X < \beta.$$

Fonction de répartition

Si X est uniformément distribuée sur l'intervalle (α, β), alors

Graphes de la fonction de répartition

$$F_X(x) = \frac{x-\alpha}{\beta-\alpha}, \text{ si } \alpha < x < \beta$$



Espérance et variance

Si $X \sim \text{unif}(\alpha, \beta)$, alors

- $\mathbb{E}[X] = (\alpha + \beta)/2$
- $\mathbb{E}[X^2] = (\beta^3 - \alpha^3)/3(\beta - \alpha)$
- $\mathbb{V}\text{ar}(X) = (\beta - \alpha)^2/12$

Résumé

- Définition de la loi uniforme continue
- Identification de la fonction de répartition
- Calcul de la moyenne et de la variance

Conception du contenu

Jean-François Renaud
Université du Québec à Montréal (UQAM)
renaud.jf@uqam.ca

Clarence Simard

Révision du contenu

Samuel Bernard
samuel.bernard@collanaud.qc.ca

Direction de projet

Samuel Bernard

Bruno Poellhuber

Postproduction

Symon Nestoruk

Musique

Sébastien Belleudy

sebe.bandcamp.com

Conception graphique

Christine Blais

Production des modèles en LaTeX

Nicolas Beauchemin

nicolas.beauchemin@bdeb.qc.ca

Production

Samuel Bernard

CÉGEP RÉGIONAL *de* LANAUDIÈRE *à* Terrebonne

Bruno Poellhuber

Université de Montréal

Mathéma-TIC