

Loi du minimum et du maximum

Jean-François Renaud

Professeur

Département de mathématiques

Université du Québec à Montréal (UQAM)

renaud.jf@uqam.ca



Ressource développée dans le cadre du projet Mathéma-TIC

Financé par le ministère de l'Enseignement supérieur, de la Recherche et de la Science (MESRS)
du Québec dans le cadre du Programme d'arrimage universités-collèges

Introduction

Dans plusieurs situations, nous aurons à calculer des probabilités faisant intervenir le minimum ou le maximum de variables aléatoires.

Par exemple, si les variables aléatoires X_1 et X_2 représentent des temps d'attente avant l'arrivée de phénomènes, il sera tout naturel de se poser la question: quel est le temps d'attente avant l'arrivée de l'un ou l'autre de ces phénomènes?

En d'autres mots, on s'intéressera à la variable aléatoire $\min \{X_1, X_2\}$.

D'autres situations feront intervenir, tout aussi naturellement, le maximum de variables aléatoires.

Dans cette capsule vidéo, nous allons trouver les lois de $\min\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ et $\max\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$, lorsque les variables aléatoires X_1, \dots, X_n sont indépendantes et identiquement distribuées.

Loi du maximum

Il est intéressant de remarquer que

$$\{\max\{X_1, X_2, \dots, X_n\} \leq a\} = \{X_1 \leq a, X_2 \leq a, \dots, X_n \leq a\}.$$

Ainsi, par indépendance,

Et si on pose $Z := \max\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$, alors

Loi du minimum

Dans ce cas, on a que

$$\{\min\{X_1, X_2, \dots, X_n\} > a\} = \{X_1 > a, X_2 > a, \dots, X_n > a\}.$$

Ainsi, par indépendance,

Et si on pose $Y := \min\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$, alors

Fonctions de densité

Si la loi commune de X_1, X_2, \dots, X_n est continue avec fonction de densité f_X , alors

Résumé

- Fonction de répartition du maximum
- Fonction de répartition du minimum
- Fonction de densité du maximum
- Fonction de densité du minimum

Conception du contenu

Jean-François Renaud

Université du Québec à Montréal (UQAM)

renaud.jf@uqam.ca

Clarence Simard

Révision du contenu

Samuel Bernard

samuel.bernard@collanaud.qc.ca

Direction de projet
Samuel Bernard
Bruno Poellhuber

Postproduction
Symon Nestoruk

Musique
Sébastien Belleudy
sebe.bandcamp.com

Conception graphique

Christine Blais

Production des modèles en LaTeX

Nicolas Beauchemin

nicolas.beauchemin@bdeb.qc.ca

Production

Samuel Bernard

Bruno Poellhuber



Vidéo mise à disposition selon les termes de la licence

Creative Commons internationale 4.0

Paternité / Pas d'utilisation commerciale / Partage dans les mêmes conditions

Les autorisations au-delà du champ de cette licence peuvent être obtenues à

Mathema-TIC.ca