

Loi de Cauchy

Jean-François Renaud

Professeur

Département de mathématiques

Université du Québec à Montréal (UQAM)

renaud.jf@uqam.ca



Ressource développée dans le cadre du projet Mathéma-TIC

Financé par le ministère de l'Enseignement supérieur, de la Recherche et de la Science (MESRS)
du Québec dans le cadre du Programme d'arrimage universités-collèges

Introduction

La loi de Cauchy est une loi de probabilités continue qui doit son nom au mathématicien français Augustin-Louis Cauchy.

Elle possède plusieurs propriétés intéressantes:

- elle n'admet pas d'espérance;
- sa variance est infinie;
- elle fait partie de la famille des *lois stables*;
- le ratio de deux variables aléatoires indépendantes de loi $\mathcal{N}(0, 1)$ suit une loi de Cauchy;
- etc.



Définition à partir de la densité

Loi de Cauchy

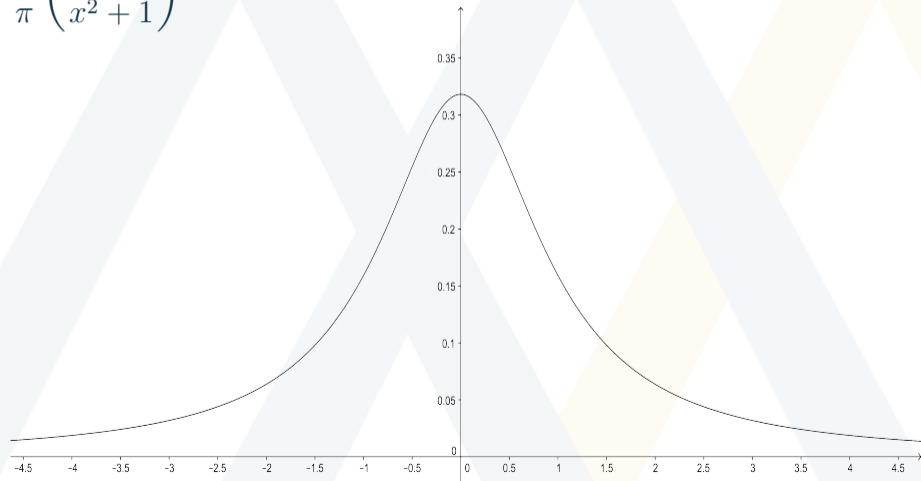
La loi de Cauchy est une loi de probabilités (absolument) continue, dont la fonction de densité est donnée par

$$x \mapsto \frac{1}{\pi} \left(\frac{1}{x^2 + 1} \right), \quad x \in \mathbb{R}.$$

On voit qu'il s'agit d'une loi centrée en 0 dont le support est \mathbb{R} .

Graphe de la fonction de densité

$$x \mapsto \frac{1}{\pi} \left(\frac{1}{x^2 + 1} \right)$$

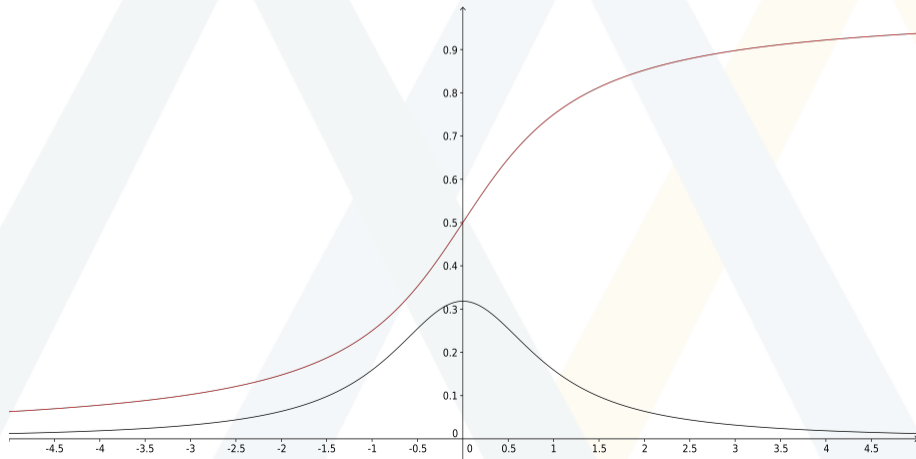


Fonction de répartition

Si X suit une loi de Cauchy, alors

Graphes de la densité et de la fonction de répartition

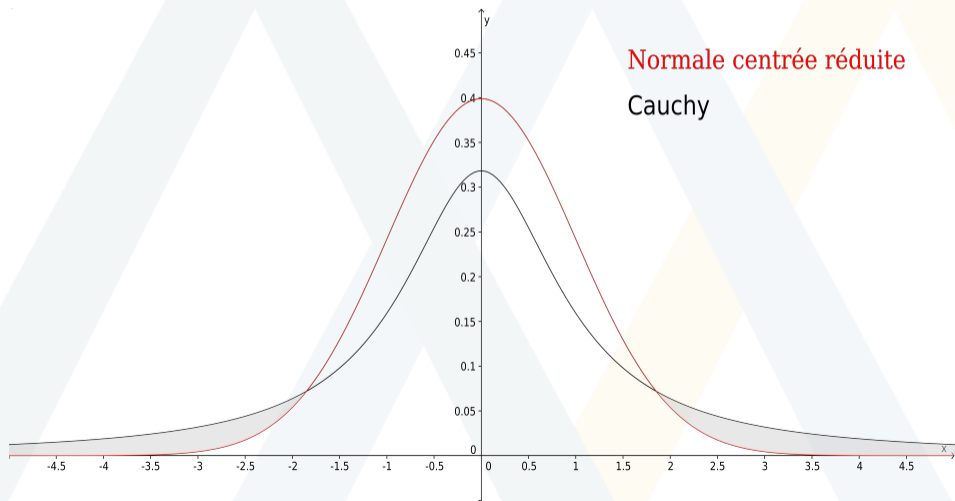
$$f_X(x) = \frac{1}{\pi} \left(\frac{1}{x^2 + 1} \right) \text{ et } F_X(x) = \frac{1}{\pi} \arctan(x) + \frac{1}{2}$$



Espérance

Si X suit une loi de Cauchy, alors

Loi de Cauchy et loi normale



Résumé

- Fonction de densité de la loi de Cauchy
- Fonction de répartition de la loi de Cauchy
- Preuve que l'espérance n'existe pas

Conception du contenu

Jean-François Renaud

Université du Québec à Montréal (UQAM)

renaud.jf@uqam.ca

Clarence Simard

Révision du contenu

Samuel Bernard

samuel.bernard@collanaud.qc.ca

Direction de projet
Samuel Bernard
Bruno Poellhuber

Postproduction
Gabriel Prince

Musique
Sébastien Belleudy
sebe.bandcamp.com

Conception graphique
Christine Blais

Production des modèles en LaTeX
Nicolas Beauchemin
nicolas.beauchemin@bdeb.qc.ca

Production

Samuel Bernard

Bruno Poellhuber



Vidéo mise à disposition selon les termes de la licence

Creative Commons internationale 4.0

Paternité / Pas d'utilisation commerciale / Partage dans les mêmes conditions

Les autorisations au-delà du champ de cette licence peuvent être obtenues à

Mathema-TIC.ca