

Loi binomiale

Calcul des moments

Jean-François Renaud

Professeur

Département de mathématiques

Université du Québec à Montréal (UQAM)

renaud.jf@uqam.ca



Ressource développée dans le cadre du projet Mathéma-TIC

Financé par le ministère de l'Enseignement supérieur, de la Recherche et de la Science (MESRS)
du Québec dans le cadre du Programme d'arrimage universités-collèges

Introduction

L'objectif de cette capsule vidéo est de calculer les moments de tout ordre d'une variable aléatoire de loi binomiale.

Rappelons qu'une variable aléatoire discrète X suit une loi binomiale de paramètres n et p , ce que l'on représente aussi par

$$X \sim \text{Bin}(n, p),$$

si sa fonction de masse est donnée par

$$\mathbb{P}(X = i) = \binom{n}{i} p^i (1 - p)^{n-i},$$

pour chaque $i = 0, 1, \dots, n$.

Calcul du k^{e} moment

Fixons un entier $k \geq 1$. On veut calculer

$$\mathbb{E} [X^k] = \sum_{i=0}^n i^k \mathbb{P} (X = i) = \sum_{i=1}^n i^k$$

Formule réursive

On a donc obtenu le résultat suivant:

Moments de la loi binomiale

Si $X \sim \text{Bin}(n, p)$ et si $k \geq 1$ est un entier, alors

$$\mathbb{E} [X^k] = np \mathbb{E} [(Y + 1)^{k-1}],$$

où $Y \equiv 0$ si $n = 1$ et $Y \sim \text{Bin}(n - 1, p)$ si $n \geq 2$.

En particulier, $\mathbb{E} [X] = np$ et donc

$$\mathbb{E} [X^2] =$$

Espérance et variance

Puisque

$$\text{Var}(X) = \mathbb{E}[X^2] - (\mathbb{E}[X])^2 =$$

Espérance et variance de la loi binomiale

Si $X \sim \text{Bin}(n, p)$, alors

$$\mathbb{E}[X] = np \quad \text{et} \quad \text{Var}(X) = np(1 - p).$$

Résumé

- Fonction de masse de la loi binomiale
- Formule récursive pour les moments
- Espérance et variance

Conception du contenu

Jean-François Renaud

Université du Québec à Montréal (UQAM)

renaud.jf@uqam.ca

Clarence Simard

Révision du contenu

Samuel Bernard

samuel.bernard@collanaud.qc.ca

Direction de projet
Samuel Bernard
Bruno Poellhuber

Postproduction
Symon Nestoruk

Musique
Sébastien Belleudy
sebe.bandcamp.com

Conception graphique
Christine Blais

Production des modèles en LaTeX
Nicolas Beauchemin
nicolas.beauchemin@bdeb.qc.ca

Production

Samuel Bernard

Bruno Poellhuber



 **Mathéma-TIC**



Vidéo mise à disposition selon les termes de la licence

Creative Commons internationale 4.0

Paternité / Pas d'utilisation commerciale / Partage dans les mêmes conditions

Les autorisations au-delà du champ de cette licence peuvent être obtenues à

Mathema-TIC.ca