

Formule des probabilités totales

Énoncé et démonstration

Jean-François Renaud

Professeur

Département de mathématiques

Université du Québec à Montréal (UQAM)

renaud.jf@uqam.ca



Ressource développée dans le cadre du projet Mathéma-TIC

Financé par le ministère de l'Enseignement supérieur, de la Recherche et de la Science (MESRS)
du Québec dans le cadre du Programme d'arrimage universités-collèges

Introduction

Il arrive souvent que la probabilité d'un événement E soit difficile à calculer alors que certaines probabilités conditionnelles sont beaucoup plus faciles à calculer.

La formule des probabilités totales permet de représenter la probabilité $\mathbb{P}(E)$ sous la forme d'une moyenne pondérée de probabilités conditionnelles.

Il s'agit d'un outil très utile, par exemple pour la formule de Bayes.

Dans cette capsule vidéo, nous allons présenter cette formule ainsi que sa démonstration.

Rappels

Rappelons que les événements $\{F_i\}_{1 \leq i \leq n}$ forment une partition de Ω si:

- $F_i \cap F_j = \emptyset$ pour tout $i \neq j$;
- $\bigcup_{i=1}^n F_i = \Omega$.

La définition est aussi valide si $n = \infty$.

Rappelons également que, si E est un événement et si $\{F_i\}_{1 \leq i \leq n}$ est une partition de Ω , alors on peut exprimer E sous la forme suivante:

Formule des probabilités totales

Théorème

Si E est un événement et si $\{F_i\}_{1 \leq i \leq n}$ est une partition de Ω , alors

$$\mathbb{P}(E) = \sum_{i=1}^n \mathbb{P}(E | F_i) \mathbb{P}(F_i),$$

en autant que $\mathbb{P}(F_i) > 0$ pour chaque $i = 1, 2, \dots, n$.

En particulier, rappelons que

$$\mathbb{P}(E) = \mathbb{P}(E | F) \mathbb{P}(F) + \mathbb{P}(E | F^c) \mathbb{P}(F^c).$$

Démonstration

Résumé

- Rappel de la définition de partition
- Formule des probabilités totales
- Démonstration

Conception du contenu

Jean-François Renaud

Université du Québec à Montréal (UQAM)

renaud.jf@uqam.ca

Clarence Simard

Révision du contenu

Samuel Bernard

samuel.bernard@collanaud.qc.ca

Direction de projet
Samuel Bernard
Bruno Poellhuber

Postproduction
Symon Nestoruk

Musique
Sébastien Belleudy
sebe.bandcamp.com

Conception graphique

Christine Blais

Production des modèles en LaTeX

Nicolas Beauchemin

nicolas.beauchemin@bdeb.qc.ca

Production

Samuel Bernard

Bruno Poellhuber



Vidéo mise à disposition selon les termes de la licence

Creative Commons internationale 4.0

Paternité / Pas d'utilisation commerciale / Partage dans les mêmes conditions

Les autorisations au-delà du champ de cette licence peuvent être obtenues à

Mathema-TIC.ca