

Ensemble fondamental et événements

Définitions et exemples

Jean-François Renaud

Professeur

Département de mathématiques

Université du Québec à Montréal (UQAM)

renaud.jf@uqam.ca



Ressource développée dans le cadre du projet Mathéma-TIC

Financé par le ministère de l'Enseignement supérieur, de la Recherche et de la Science (MESRS)
du Québec dans le cadre du Programme d'arrimage universités-collèges

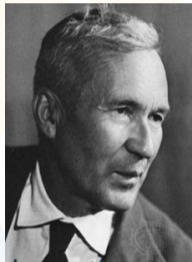
Introduction

L'axiomatique moderne de la théorie des probabilités nous vient du mathématicien russe A. N. Kolmogorov.

Elle est basée sur le concept de triplet de probabilités:

$$(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P}).$$

Dans cette capsule vidéo, nous présenterons tout particulièrement les notions d'ensemble fondamental et d'événement.



Expérience aléatoire

Supposons que l'on veuille modéliser et analyser une expérience dont le résultat n'est pas connu d'avance.

Par exemple,

- le lancer de pièces de monnaie;

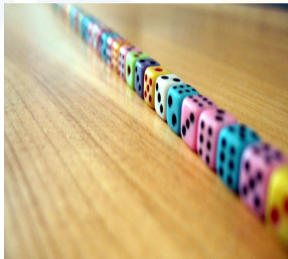


Expérience aléatoire

Supposons que l'on veuille modéliser et analyser une expérience dont le résultat n'est pas connu d'avance.

Par exemple,

- le lancer de pièces de monnaie;
- le lancer de dés;



Expérience aléatoire

Supposons que l'on veuille modéliser et analyser une expérience dont le résultat n'est pas connu d'avance.

Par exemple,

- le lancer de pièces de monnaie;
- le lancer de dés;
- la date du prochain tremblement de terre en Californie;



Expérience aléatoire

Supposons que l'on veuille modéliser et analyser une expérience dont le résultat n'est pas connu d'avance.

Par exemple,

- le lancer de pièces de monnaie;
- le lancer de dés;
- la date du prochain tremblement de terre en Californie;
- le prix de l'action de Apple Inc.;
- etc.



Définitions

Ensemble fondamental

L'ensemble des résultats d'une expérience sera noté Ω .

C'est ce qu'on appelle l'ensemble fondamental.

État de la nature

Un élément générique de Ω sera noté ω .

C'est ce qu'on appelle une *réalisation* ou un *état de la nature*.

Définitions

Événement

On appelle événement tout sous-ensemble E de l'ensemble fondamental Ω :

$$E \subseteq \Omega.$$

On dit que l'événement E se réalise si le résultat de l'expérience aléatoire est dans E .

Il arrive parfois qu'on représente par \mathcal{F} l'ensemble des événements associés à un ensemble fondamental Ω .

Exemple 1

Si on modélise le lancer de deux pièces de monnaie distinctes, il serait naturel de choisir

$$\Omega = \{(\mathbf{P}, \mathbf{P}), (\mathbf{P}, \mathbf{F}), (\mathbf{F}, \mathbf{P}), (\mathbf{F}, \mathbf{F})\}.$$

On pourrait ensuite être intéressé par l'événement

E : on observe au moins un pile.

Dans ce cas, $E = \{(\mathbf{P}, \mathbf{P}), (\mathbf{P}, \mathbf{F}), (\mathbf{F}, \mathbf{P})\}$.

Exemple 2

Si on veut modéliser le lancer de deux dés distincts, on choisira

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \times \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Et si on s'intéresse par exemple à l'événement

E : la somme est un nombre pair,

on aura

$$E = \{(1, 1), (1, 3), (1, 5), (2, 2), (2, 4), (2, 6), (3, 1), (3, 3), (3, 5), \\ (4, 2), (4, 4), (4, 6), (5, 1), (5, 3), (5, 5), (6, 2), (6, 4), (6, 6)\}.$$

Exemple 2

Si on veut modéliser le lancer de deux dés distincts, on choisira

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \times \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Et si on s'intéresse par exemple à l'événement

***E* : la somme est un nombre pair,**

on aura

$$E = \{(1, 1), (1, 3), (1, 5), (2, 2), (2, 4), (2, 6), (3, 1), (3, 3), (3, 5), \\ (4, 2), (4, 4), (4, 6), (5, 1), (5, 3), (5, 5), (6, 2), (6, 4), (6, 6)\} .$$

Exemple 2

Si on veut modéliser le lancer de deux dés distincts, on choisira

$$\begin{aligned}\Omega &= \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \times \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \\ &= \{(i, j) \mid 1 \leq i, j \leq 6\}.\end{aligned}$$

Et si on s'intéresse par exemple à l'événement

E : la somme est un nombre pair,

on aura

$$\begin{aligned}E &= \{(1, 1), (1, 3), (1, 5), (2, 2), (2, 4), (2, 6), (3, 1), (3, 3), (3, 5), \\ &\quad (4, 2), (4, 4), (4, 6), (5, 1), (5, 3), (5, 5), (6, 2), (6, 4), (6, 6)\}.\end{aligned}$$

Exemple 3

Si on s'intéresse à la date du prochain tremblement de terre en Californie, on pourrait choisir

$$\Omega = \mathbb{N}.$$

On pourrait ensuite être intéressé par l'événement

***E*: il n'y aura pas de tremblement de terre au cours de la prochaine année.**

Dans ce modèle, on aura donc $E = \{366, 367, 368, \dots\}$.

Résumé

- Définition d'ensemble fondamental
- Définition d'état de la nature
- Définition d'événement
- Exemples

Conception du contenu

Jean-François Renaud

Université du Québec à Montréal (UQAM)

renaud.jf@uqam.ca

Clarence Simard

Révision du contenu

Samuel Bernard

samuel.bernard@collanaud.qc.ca

Direction de projet
Samuel Bernard
Bruno Poellhuber

Postproduction
Symon Nestoruk

Musique
Sébastien Belleudy
sebe.bandcamp.com

Conception graphique
Christine Blais

Production des modèles en LaTeX
Nicolas Beauchemin
nicolas.beauchemin@bdeb.qc.ca

Production

Samuel Bernard

Bruno Poellhuber



Vidéo mise à disposition selon les termes de la licence

Creative Commons internationale 4.0

Paternité / Pas d'utilisation commerciale / Partage dans les mêmes conditions

Les autorisations au-delà du champ de cette licence peuvent être obtenues à

Mathema-TIC.ca