

# Fonction de densité et variable aléatoire continue

**Jean-François Renaud**

Professeur

Département de mathématiques

Université du Québec à Montréal (UQAM)

renaud.jf@uqam.ca



Ressource développée dans le cadre du projet Mathéma-TIC

Financé par le ministère de l'Enseignement supérieur, de la Recherche et de la Science (MESRS) du Québec dans le cadre du Programme d'arrimage universités-collèges

# Introduction

- Une fonction de densité est une façon de *stocker* l'information de la loi de probabilité d'une variable aléatoire dont les valeurs possibles sont un *continuum*, par exemple un intervalle.
- Plus précisément, une fonction de densité permet de représenter une fonction de répartition sous la forme d'une intégrale.
- Ainsi, le calcul de la probabilité de différents événements se ramènera à des calculs d'intégrales.

## Définition

### Fonction de densité

On appelle fonction de densité une fonction  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  telle que  $f(x) \geq 0$ , pour tout  $x \in \mathbb{R}$ , et

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1.$$

La plupart du temps,  $f$  sera une fonction continue.

À partir d'une fonction de densité  $f$ , nous pourrons construire une fonction de répartition.

## Définition

### Variable aléatoire continue

Une variable aléatoire  $X$  est dite (absolument) continue si sa fonction de répartition  $F_X$  est de la forme

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^x f_X(y)dy,$$

en tout point  $x \in \mathbb{R}$ , où  $f_X$  est une fonction de densité.

La fonction de densité  $f_X$  caractérise la loi de  $X$ .

Donc, nous écrirons souvent  $X \sim f_X$ .

## Conséquences de la définition

Si  $X$  est une variable aléatoire continue:

- sa fonction de répartition  $F_X$  est continue
- sa fonction de répartition  $F_X$  est dérivable
- pour tout  $a < b$ ,

$$\mathbb{P}(a \leq X \leq b) = \mathbb{P}(a < X \leq b) = \mathbb{P}(a \leq X < b) = \mathbb{P}(a < X < b)$$

# Résumé

- Fonction de densité
- Variable aléatoire continue
- Conséquences de la définition

Conception du contenu

**Jean-François Renaud**

Université du Québec à Montréal (UQAM)

renaud.jf@uqam.ca

**Clarence Simard**

Révision du contenu

**Samuel Bernard**

samuel.bernard@collanaud.qc.ca

Direction de projet  
**Samuel Bernard**  
**Bruno Poellhuber**

Postproduction  
**Gabriel Prince**

Musique  
**Sébastien Belleudy**  
[sebe.bandcamp.com](http://sebe.bandcamp.com)

Conception graphique

**Christine Blais**

Production des modèles en LaTeX

**Nicolas Beauchemin**

[nicolas.beauchemin@bdeb.qc.ca](mailto:nicolas.beauchemin@bdeb.qc.ca)

Production

**Samuel Bernard**

**Bruno Poellhuber**



**Vidéo mise à disposition selon les termes de la licence**

Creative Commons internationale 4.0

Paternité / Pas d'utilisation commerciale / Partage dans les mêmes conditions

Les autorisations au-delà du champ de cette licence peuvent être obtenues à

**Mathema-TIC.ca**