

Fonction de densité conjointe

Exemple 1

Jean-François Renaud

Professeur

Département de mathématiques

Université du Québec à Montréal (UQAM)

renaud.jf@uqam.ca



Ressource développée dans le cadre du projet Mathéma-TIC

Financé par le ministère de l'Enseignement supérieur, de la Recherche et de la Science (MESRS)
du Québec dans le cadre du Programme d'arrimage universités-collèges

Introduction

Dans cette capsule vidéo, nous allons considérer la densité conjointe suivante:

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} 4x & \text{si } 0 < x < 1 \text{ et } 0 < x^2 < y < 1, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

On peut aussi écrire

$$f_{X,Y}(x,y) = 4x \mathbb{1}_{(0,1)}(x) \mathbb{1}_{(x^2,1)}(y)$$

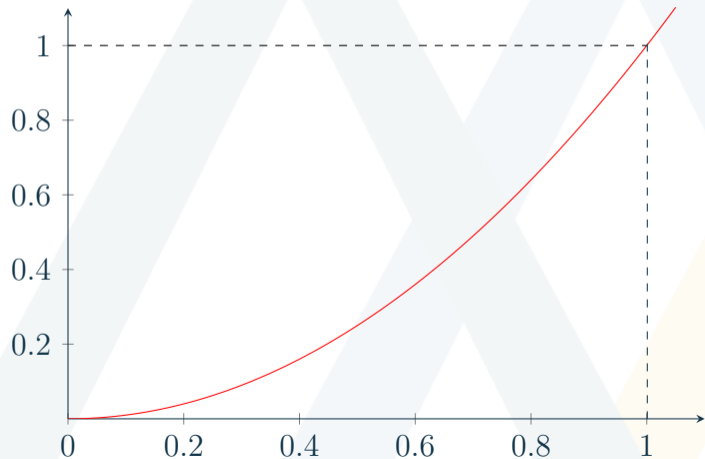
ou, de façon équivalente,

$$f_{X,Y}(x,y) = 4x \mathbb{1}_{(0,1)}(y) \mathbb{1}_{(0,\sqrt{y})}(x).$$

On remarque que X et Y ne sont pas indépendantes.

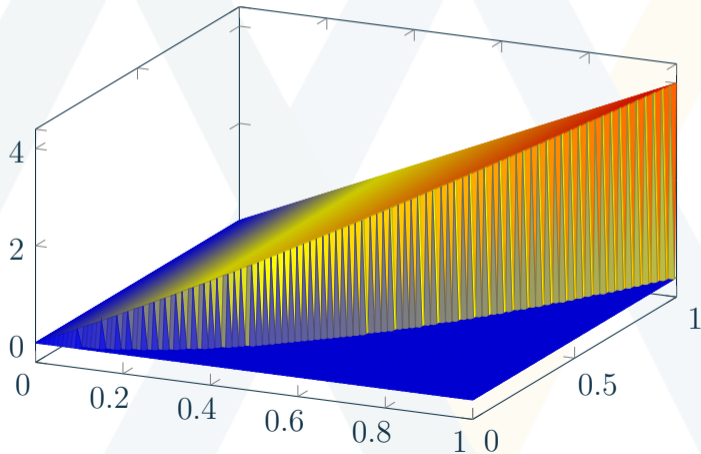
Support de la loi de probabilité

Le support de $f_{X,Y}(x,y) = 4x \mathbb{1}_{(0,1)}(x) \mathbb{1}_{(x^2,1)}(y)$ est:



Vérifier qu'il s'agit d'une fonction de densité

Est-ce que $f_{X,Y}(x, y) = 4x \mathbb{1}_{(0,1)}(y) \mathbb{1}_{(0,\sqrt{y})}(x)$ est bien une fonction de densité?

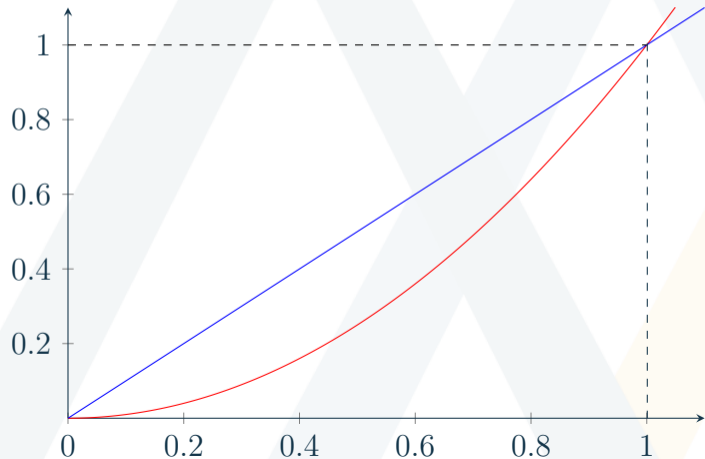


Vérifier qu'il s'agit d'une fonction de densité

Est-ce que $f_{X,Y}(x, y) = 4x \mathbb{1}_{(0,1)}(y) \mathbb{1}_{(0,\sqrt{y})}(x)$ est bien une fonction de densité?

Calcul d'une probabilité

Cherchons maintenant la valeur de $\mathbb{P}(Y \leq X) = \iint_{\{y \leq x\}} f_{X,Y}(x,y) dx dy$.



Calcul d'une probabilité

Il faut donc calculer:

$$\mathbb{P}(Y \leq X) = \int_0^1 \int_{x^2}^x 4x \, dy \, dx$$

Fonction de densité marginale

Trouvons maintenant la fonction de densité marginale de Y .

Résumé

- Vérification
- Calcul d'une probabilité
- Fonction de densité marginale

Conception du contenu

Jean-François Renaud

Université du Québec à Montréal (UQAM)

renaud.jf@uqam.ca

Clarence Simard

Révision du contenu

Samuel Bernard

samuel.bernard@collanaud.qc.ca

Direction de projet
Samuel Bernard
Bruno Poellhuber

Postproduction
Symon Nestoruk

Musique
Sébastien Belleudy
sebe.bandcamp.com

Conception graphique
Christine Blais

Production des modèles en LaTeX
Nicolas Beauchemin
nicolas.beauchemin@bdeb.qc.ca

Production

Samuel Bernard

Bruno Poellhuber



Vidéo mise à disposition selon les termes de la licence

Creative Commons internationale 4.0

Paternité / Pas d'utilisation commerciale / Partage dans les mêmes conditions

Les autorisations au-delà du champ de cette licence peuvent être obtenues à

Mathema-TIC.ca