

# Fonction de densité

## Exemple 1

**Jean-François Renaud**

Professeur

Département de mathématiques

Université du Québec à Montréal (UQAM)

renaud.jf@uqam.ca



Ressource développée dans le cadre du projet Mathéma-TIC

Financé par le ministère de l'Enseignement supérieur, de la Recherche et de la Science (MESRS)  
du Québec dans le cadre du Programme d'arrimage universités-collèges

## Introduction

L'objectif de cette capsule-vidéo est d'effectuer quelques calculs de probabilités faisant intervenir une variable aléatoire continue  $X$  dont la densité est

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{3}{4}(-x^2 + 4x - 3) & \text{si } 1 \leq x \leq 3, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

On peut aussi écrire:

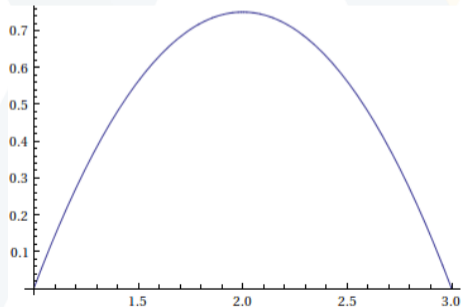
$$f_X(x) = \frac{3}{4}(-x^2 + 4x - 3)\mathbb{I}_{\{1 \leq x \leq 3\}}.$$

## Il s'agit d'une fonction de densité

Il est assez simple de vérifier que la fonction

$$f_X(x) = \frac{3}{4}(-x^2 + 4x - 3)\mathbb{I}_{\{1 \leq x \leq 3\}} = \begin{cases} \frac{3}{4}(-x^2 + 4x - 3) & \text{si } 1 \leq x \leq 3, \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases}$$

est une fonction de densité:



## Identification de la fonction de répartition

La fonction de répartition  $F_X$  associée à  $f_X(x) = \frac{3}{4}(-x^2 + 4x - 3)\mathbb{I}_{\{1 \leq x \leq 3\}}$  est

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq 1, \\ -\frac{x^3}{4} + \frac{3x^2}{2} - \frac{9x}{4} + 1 & \text{si } 1 \leq x \leq 3, \\ 1 & \text{sinon.} \end{cases}$$

## Calcul d'une probabilité

Calculons maintenant la probabilité suivante:

$$\mathbb{P}\left(\frac{3}{2} \leq X \leq \frac{5}{2}\right) = F_X(5/2) - F_X(3/2).$$

Puisque

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq 1, \\ -\frac{x^3}{4} + \frac{3x^2}{2} - \frac{9x}{4} + 1 & \text{si } 1 \leq x \leq 3, \\ 1 & \text{sinon,} \end{cases}$$

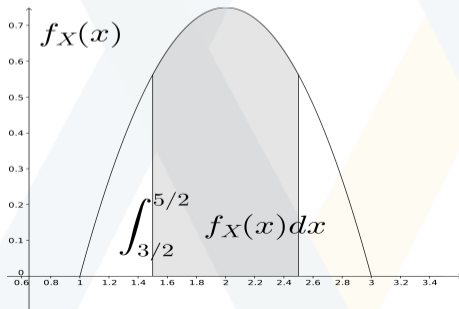
on obtient

# Représentation graphique

Le calcul de la probabilité

$$\mathbb{P}\left(\frac{3}{2} \leq X \leq \frac{5}{2}\right)$$

peut aussi se représenter graphiquement:

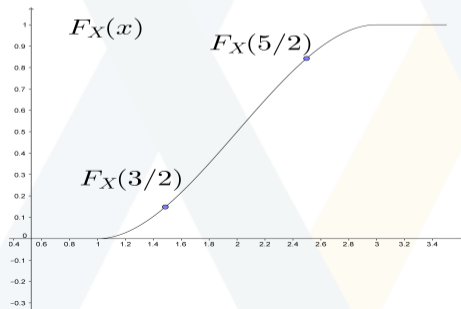


# Représentation graphique

Le calcul de la probabilité

$$\mathbb{P}\left(\frac{3}{2} \leq X \leq \frac{5}{2}\right)$$

peut aussi se représenter graphiquement:



# Résumé

- Exemple de fonction de densité
- Identification de la fonction de répartition
- Calcul de la probabilité  $\mathbb{P}\left(\frac{3}{2} \leq X \leq \frac{5}{2}\right)$

Conception du contenu

**Jean-François Renaud**

Université du Québec à Montréal (UQAM)

renaud.jf@uqam.ca

**Clarence Simard**

Révision du contenu

**Samuel Bernard**

samuel.bernard@collanaud.qc.ca

Direction de projet  
**Samuel Bernard**  
**Bruno Poellhuber**

Postproduction  
**Gabriel Prince**

Musique  
**Sébastien Belleudy**  
[sebe.bandcamp.com](http://sebe.bandcamp.com)

Conception graphique  
**Christine Blais**

Production des modèles en LaTeX  
**Nicolas Beauchemin**  
nicolas.beauchemin@bdeb.qc.ca

Production

**Samuel Bernard**

**Bruno Poellhuber**



**Vidéo mise à disposition selon les termes de la licence**

Creative Commons internationale 4.0

Paternité / Pas d'utilisation commerciale / Partage dans les mêmes conditions

Les autorisations au-delà du champ de cette licence peuvent être obtenues à

**Mathema-TIC.ca**